磁気浮上 H_∞ 制御器の低次元化

藤井研究室　90457015　國松 禎明

1　はじめに

本研究では，多変数磁気浮上系について，従来研究 [1] で得られた H_∞ 制御器の低次元化を行う．現在，主な低次元化法 [2] は以下のものが知られている．

1. (周波数重み付き) 平衡実現打ち切り低次元化
2. (周波数重み付き) 最適 Hankel ノルム近似
3. H_∞ 制御性能を保証した低次元化

本稿では，特に，重みなしの 1. の方法による二段階低次元化を提案する．さらに，別の手法として，重み付きの 2. の方法に対する明確な重みの選定指針を与える．

2　磁気浮上システムと H_∞ 制御器

本磁気浮上系は厳密線形化により，線形かつ対角なモデル $G(s) = I_3/s^2$ と，このモデルの乗法的不確かさを考慮してスピルオーバ現象を抑制する 21 次の H_∞ 制御器がすでに設計されている．

3　二段階低次元化

平衡実現による低次元化を，以下のように二段階に分けて考える．

Step1) 平衡実現による低次元化

Hankel 特異値を最大 Hankel 特異値との相対的な値から判断する．よく知られた Hankel 特異値の性質から 15 次まで低次元化できることが判別できる．

Step2) 高域のカット

従来結果において，制御器の最も高域に存在するモードは制御系にそれほど影響を与えないことが分かっている．よって，この部分を安定な極零相殺をさせて 12 次の制御器に低次元化した．

4　重み付き最適 Hankel ノルム近似

重みの与え方に明確な指針が示された文献はほとんど見当たらない．そこで本研究では重み関数に，ひとつの選定指針を与える．以下ではその流れを示す．

1. 希望する制御器 $\bar{K}(s) \in RH_\infty$ を指定する．
2. 重み関数を $W = (K - \bar{K})^{-1}$ とする
3. 評価指標 $\|W(K-\hat{K})\|_\infty = \|(K-\bar{K})^{-1}(K-\hat{K})\|_\infty \cong 1$ を $\hat{K}$ が満足するとき，$\hat{K}$ は $\bar{K}$ に近づく．
4. 重み W を重み付き最適 Hankel ノルム近似で適用するために，$W^{\sim}W = \bar{W}\bar{W}^{\sim}$ なる変換をする．
5. 重み付き近似誤差下界は $\|W(K-\hat{K})\|_\infty = \|\bar{W}(K-\hat{K})\|_\infty \geq \sigma_{r+1}([\bar{W}K]_+)$ となる．ただし，$[\bar{W}K]_+$ は $\bar{W}K$ の安定かつ厳密にプロパーな部分である．
6. $\|W(K-\hat{K})\|_\infty < 1$ とするには，$\sigma_{r+1}([\bar{W}K]_+) < 1$ が必要である．
7. $\sigma_{r+1}([\bar{W}K]_+) < 1$ となる最小の r を見つければよい．

5　適用結果

$\bar{K}$ を 3 節の *step2)* で求めた 12 次の制御器とし，重み W を選定したときの Hankel 特異値は図 1 のようになる．

図 1: H_∞ 制御器の重み付き Hankel 特異値

このとき，13 次以降は Hankel 特異値が 1 より小さい．したがって，12 次まで低次元化できる可能性がある．実際に，一段階の方法で求まった 12 次の制御器を図 2 に示す．

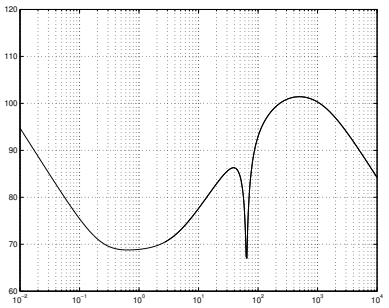

図 2: 制御器の周波数特性
実線：H_∞(24 次)，破線：H_∞(12 次)，一点破線：ILQ

6　おわりに

実応用的立場から考えた，重み関数を用いない二段階低次元化を提案した．さらに，重み付き低次元化における重みの選定指針も示した．なお，求めた制御器はすべて，実機においてスピルオーバ現象の抑制に成功している．今後の課題としては，1 節の 3. の方法に対する考察が挙げられる．

参考文献

[1] K. Nakashima, “A Systematic Approach to Robust Control Design for a Magnetic Levitation System with Flexible Structures”, *Doctoral Dissertation, Graduate School of Engineering Science, Osaka University, January 1999.*

[2] K. Zhou with J. C. Doyle and K.Glover, “Robust and Optimal control”, *PRENTICE, 1995.*