Moving Horizon 推定による未知外乱の推定

学籍番号：90147164 大塚研究室 吉原 尚秀

1　はじめに

エレベータドアのスムーズな開閉制御のために未知の外乱を推定，判別することは重要である．従来手法としては，未知外乱を状態と見なしてオブザーバによって推定する方法などがある．しかし，仮定や近似を行う必要があった [1]．そこで本研究では，Moving Horizon 推定 (MHE[2]) と呼ばれる手法で，ドアにかかる未知外乱を推定する手法を提案する．これにより従来手法より高い精度での外乱推定を行うことができた．

2　Moving Horizon 推定

対象とするシステムは以下の線形システムとする．

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_1u(t) + B_2w(t)$$
$$y(t) = Cx(t) + v(t)$$

ここで，$x(t)$ は状態ベクトル，$u(t)$ は入力，$w(t)$ は未知外乱，$y(t)$ は観測出力，$v(t)$ は観測ノイズである．そして，各時刻 t で以下の評価関数 J を最小化するような評価区間上の状態推定値 $x^*(\tau,t)$ と外乱推定値 $w^*(\tau,t)$ を求める．

$$J = \eta(x^*(0,t),t) + \varphi(x^*(-T,t),t-T) + \int_{-T}^{0} L(x^*(\tau,t),u^*(\tau,t),y^*(\tau,t),w^*(\tau,t))d\tau$$

$$L = \frac{1}{2}[(y^* - Cx^*)^{\mathrm{T}}Q(y^* - Cx^*) + w^{*\mathrm{T}}Rw^*]$$

$$\eta(x^*(0,t),t) = 0$$

$$\varphi(x^*(-T,t),t-T) = \frac{1}{2}(x^*(-T,t) - \hat{x}(t-T))^{\mathrm{T}}S_f(x^*(-T,t) - \hat{x}(t-T))$$

ここで，Q, R は評価重み行列，$\eta(\hat{x}(t),t), \varphi(\hat{x}(t-T),t-T)$ は境界ペナルティ，T は評価区間の長さである．また，τ は評価区間上の時間軸であり，$\tau=-T$，$\tau=0$ が時刻 $t-T$，t にそれぞれ対応する．そして，各時刻 t で求める評価区間上の状態および外乱の推定値をそれぞれ $x^*(\tau,t), w^*(\tau,t)$ とし，これらに対応させて $u^*(\tau,t) = u(\tau+t), w^*(\tau,t) = w(\tau+t)$ と定義した．変分法によって停留条件を求めると，以下のオイラー・ラグランジュ方程式が得られる．

$$x^*_\tau = Ax^* + B_1u^* + B_2w^* \tag{1}$$
$$\lambda^*_\tau = C^{\mathrm{T}}Q(y^* - Cx^*) - A^{\mathrm{T}}\lambda^* \tag{2}$$
$$\lambda^*(0,t) = 0 \tag{3}$$
$$\lambda^*(-T,t) = -S_f(x^*(-T,t) - \hat{x}(t-T)) \tag{4}$$
$$Rw^* + B_2^{\mathrm{T}}\lambda^* = 0 \tag{5}$$

式 (5) より $w^* = -R^{-1}B_2^{\mathrm{T}}\lambda^*$ となり，これより

$$\begin{bmatrix} x^*_\tau \\ \lambda^*_\tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -B_2R^{-1}B_2^{\mathrm{T}} \\ -C^{\mathrm{T}}QC & -A^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x^* \\ \lambda^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1u^* \\ C^{\mathrm{T}}Qy^* \end{bmatrix}. \tag{6}$$

共状態の終端条件 (4) を参考にして，$x^*(\tau,t) = \Lambda(\tau,t)\lambda^*(\tau,t) + r(\tau,t), \Lambda(-T,t) = -S_f^{-1}$，$r(-T,t) = \hat{x}(t-T)$ とおく．これらを式 (6) に代入し，整理すると以下が成り立てばよいことが分かる．

$$\Lambda_\tau = A\Lambda + \Lambda A^{\mathrm{T}} + \Lambda C^{\mathrm{T}}QC\Lambda - B_2R^{-1}B_2^{\mathrm{T}}, \Lambda(-T,t) = -S_f^{-1} \tag{7}$$
$$r_\tau = Ar - \Lambda C^{\mathrm{T}}Q(y^* - Cr) + B_1u^*, r(-T,t) = \hat{x}(t-T) \tag{8}$$

式 (7) はオフラインで一回解けばよい．そして各時刻で，式 (8) を解き，$r(\tau,t)$ が得られると，$\hat{x}(t) = x^*(0,t) = r(0,t)$ が求められる．こうして求められた $x^*(0,t)$ と式 (3) を境界条件として式 (6) を解けば，$x^*(\tau,t), \lambda^*(\tau,t)$ が得られ，$w^* = -R^{-1}B_2^{\mathrm{T}}\lambda^*$ より外乱推定値 $w^*(\tau,t)$ も得られる．

3　シミュレーション

本研究では 6 つの外乱サンプルの推定を 2 次元モデルと 4 次元モデルを用いた MHE により行った．また，実時間での推定を可能とするために推定を行う時間間隔をサンプリング時間より大きくしても推定精度はそれほど悪化しないことが分かった．Fig.1 に従来手法による推定結果と，$T = 0.1$ のときの 4 次元モデルでの推定結果を示す．これらの比較により，提案手法によって即応性はやや劣化するが，従来手法の近似モデルによる高周波誤差が除去でき，本研究の目的である外乱推定の精度は向上したことが分かる．

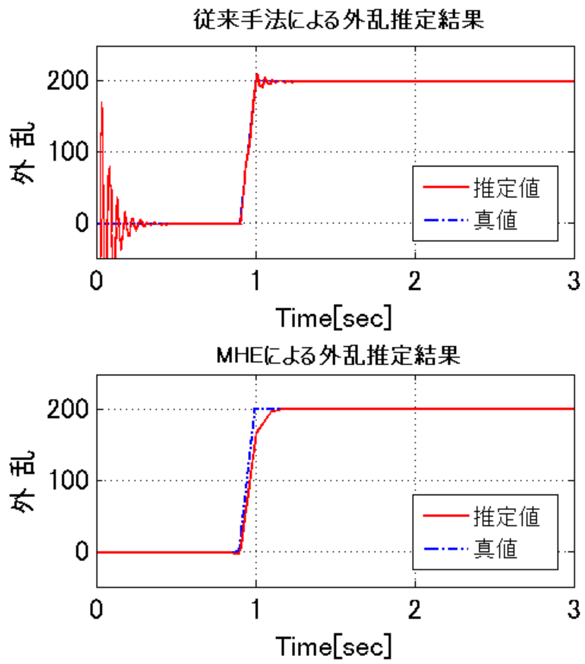

Fig. 1: 従来手法，MHE による外乱推定結果の比較

4　おわりに

本研究では MHE による未知外乱推定を提案し，シミュレーションを行い，従来手法に比べ高い精度の外乱推定結果が得られた．また，従来手法では $\dot{w} = 0$ や $\ddot{x} = 0$ といった実際とは異なる仮定を行っていたのに対し，このような仮定を置かずにより実際のシステムに近いモデルを用いたアルゴリズムによって，推定精度の向上が実現できた．今後の課題としては推定精度の更なる向上及び計算時間の短縮があげられる．

参考文献

1) 中務，部分的に不可観測なシステムにおける未知外乱の推定，大阪大学基礎工学部卒業論文，2010

2) 曽根田，非線形 Moving Horizon 状態推定の高速アルゴリズム-機械系への応用-, 大阪大学工学研究科修士論文，2003