サイバーフィジカルシステムにおける制御タスクの最適スケジューリング

学籍番号：90108169　潮 研究室　吉本　達也

1　はじめに

サイバーフィジカルシステムとは物理システムとコンピュータを統合したシステムで，制御性能やスケジューリング，エネルギー効率を考慮した設計が必要となる．

2　問題設定

制御性能の劣化を抑え，過負荷状態を回避する制御タスクのスケジューリング問題について考える．N 個の独立なサンプル値制御系を対象とし，各コントローラは一つのプロセッサにより処理され，EDF[1] によりスケジューリングを行うとする．各タスクのサンプリング周期を $T_i = M_i\tau(^\forall M_i \in \mathbb{Z}_+, ^\exists \tau \in \mathbb{R}_+)$，実行時間を c_i とする．このとき，総 CPU 利用率が $\sum_{i=1}^{N} c_i/T_i > 1$ となる過負荷状態において，ジョブの実行をスキップすることによりスケジュール可能性を満たし，かつ制御性能の劣化を最小限に抑えるジョブの実行パターンを求める．

3　ジョブスキップを考慮したコントローラ

周期と等しい入力遅れのあるフィードバックコントローラに，時刻 k_iT_i でリリースされるジョブの実行を決定する変数 $\sigma_i(k_i)$ を適用すると次式のようになる．なお，$z_i[k_i], u_i[k_i], y_i[k_i]$ はそれぞれコントローラの状態，出力，プラントの出力である．

$$z_i[k_i+1] = \sigma_i(k_i)(F_i z_i[k_i] + G_i y_i[k_i]) + \bar{\sigma}_i(k_i) z_i[k_i] \quad (1)$$
$$u_i[k_i+1] = \sigma_i(k_i)(H_i z_i[k_i+1] + K_i y_i[k_i]) + \bar{\sigma}_i(k_i) u_i[k_i] \quad (2)$$
$$\sigma_i(k_i) \in \{0,1\}, \quad \bar{\sigma}_i(k_i) = 1 - \sigma_i(k_i) \quad (3)$$

4　最適化問題の定式化

制御性能の劣化を最小限に抑えるジョブの実行パターンを決定する最適化問題を定式化する．

4.1　スラックを用いたスケジュール可能性の制約条件

すべてのジョブが絶対デッドラインまでに実行が終了するとき，スケジュール可能となる．ジョブのスラックとはすべての実行が終了する時刻から絶対デッドラインまでの残り時間であり，これが負となるときデッドラインミスとなる．

タスク i が j 番目にリリースするジョブを J_{ij}，リリース時刻を r_{ij}，絶対デッドラインを d_{ij}，時刻 t における残り実行時間を $e_{ij}(t)$ とする．EDF を用いる場合のジョブ J_{ij} の時刻 t におけるスラックは，デッドラインが d_{ij} 以前でスキップされないジョブの時刻 t における残り実行時間の総和を絶対デッドラインまでの残り時間 $d_{ij} - t$ から差し引くことで求められる．また，リリース時刻 r_{ij} におけるスラックが非負であればどの時刻においてもスラックは非負となる．

4.2　リヤプノフ関数による安定性の制約条件

プラント P_i の閉ループ系の状態方程式を $\xi_i[k_i+1] = \Phi_i\xi_i[k_i]$ とおく．閉ループ系が漸近安定となるとき，次のようなリヤプノフ関数が存在する．

$$V_i(\xi_i[k_i]) = \xi_i^T[k_i] P l_i \xi_i[k_i] \quad (^\exists Pl_i > 0) \quad (4)$$
$$\Phi_i^T Pl_i \Phi_i - Pl_i = -Ql \quad (^\forall Ql > 0) \quad (5)$$

各リリース時刻間 $[k_iT_i, (k_i+1)T_i]$ におけるリヤプノフ関数 (4) の値の差が負となる場合，漸近安定であると判定する．

4.3　定式化

全タスクの超周期を $T = M\tau$(M はすべての M_i の最小公倍数)，スケジューリング対象区間を $[0, LT](^\forall L \in \mathbb{Z}_+)$ とする．このとき最適化問題は次のように定式化される．

$$\min \quad J(\sigma_1, \cdots, \sigma_N) \quad (6)$$
$$\text{s.t} \quad d_{ij} - r_{ij} - \sum_{d_{pq} \le d_{ij} \wedge r_{pq} < r_{ij}} \sigma_p(q-1) e_{pq}(r_{ij}) - \sum_{d_{pq} \le d_{ij} \wedge r_{pq} \ge r_{ij}} \sigma_p(q-1) c_p \ge 0 \ (^\forall J_{ij}) \quad (7)$$
$$V_i(\xi_i[k_i+1]) - V_i(\xi_i[k_i]) < 0 \ (^\forall k_i \in \{0, \cdots, \tfrac{LM}{M_i} - 1\}) \quad (8)$$
$$\xi_i[k_i+1] = \Phi_i(\sigma_i(k_i))\xi_i[k_i] \quad (9)$$

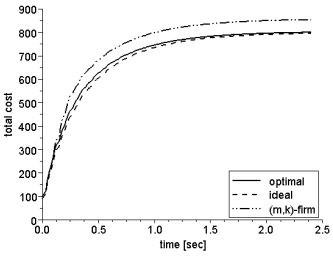

図 1　評価コストの比較

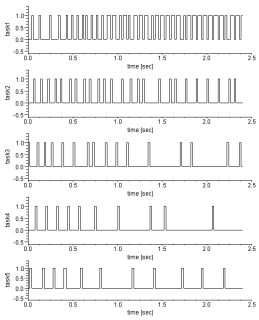

図 2　スケジュール結果

5　動的計画法問題への帰着

最適化問題は組み合わせ最適化問題となるため動的計画法問題へと帰着することができる．各リリース時刻で決定される変数 $\sigma_i(k_i)$ の値の選び方によってノードを分岐する探索木を構成し，幅優先探索により最適解を探索する．その際，制約条件 (7),(8) を満たさないノードを枝刈りすることで探索範囲を削減する．しかし，$[0, LT]$ におけるすべての $\sigma_i(k_i)$ を決定するには探索範囲が膨大となる．そこで，超周期 T ごとにいったん最適ノードを決定し，それを次の超周期の根ノードとして再び探索木を構成し，最適ノードを決定することを繰り返すことによりスケジューリング対象区間 $[0, LT]$ における最適解を求める．

6　シミュレーション

制御対象に倒立振子，コントローラの設計に計算時間を考慮した最適レギュレータ [2]，評価関数に次式を用いる．

$$J = \sum_{i=1}^{N} w_i \sum_{k_i=0}^{\frac{LM}{M_i}-1} (x_i^T[k_i] Q_i x_i[k_i] + u_i^T[k_i+1] R_i u_i[k_i+1]) + u_i^T[\tfrac{LM}{M_i}] R_i u_i[\tfrac{LM}{M_i}] \quad (10)$$

タスク数が 5，各タスクの周期を $[0.03, 0.04, 0.04, 0.06, 0.06]$sec，実行時間を 0.02sec，スケジューリング対象区間を $[0.0, 2.4]$sec とする．このとき総 CPU 利用率は 2.33 となり過負荷状態である．このとき，提案手法による最適解 (*optimal*)，全ジョブを実行する場合 (*ideal*)，各タスクについて (*m,k*)-firm 保証 [3] をそれぞれ (3,5),(2,5),(1,5),(1,5),(1,5) とした場合 ((*m,k*)-*firm*) の評価コストの比較を図 1 に示す．図 1 より，*optimal* は制御性能の劣化が抑えられていることが分かる．また，*optimal* のスケジュールを図 2 に示す．各タスクの CPU 利用率 (実行時間 ÷ 周期 × ジョブの実行率) は $[0.483, 0.208, 0.133, 0.083, 0.092]$，総 CPU 利用率は 1 であり，スケジュール可能となる．

7　おわりに

制御性能の劣化を最小限に抑え，過負荷状態を回避するための最適なジョブスキッピング法を提案し，シミュレーションにより性能を維持しつつスケジュール可能であることを示した．今後の課題として，計算のオーバヘッドを改善するための効率的オンライン計算法の開発があげられる．

参考文献

[1] J. Liu, *Real-time systems*. Prentice Hall, 2000.
[2] 美多勉, “ディジタル制御理論,” 1984.
[3] P. Ramanathan, “Overload management in real-time control applications using(m, k)-firm guarantee,” *IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems*, vol. 10, no. 6, pp. 549–559, 1999.