ポテンシャルゲームを用いたボロノイ分割による被覆制御

学籍番号：90118097　潮 研究室　寺岡　沙織

1　緒論

近年，重要度の異なる領域を効率よく覆うように，複数の移動体を配置する被覆制御問題が注目されている [1]．実際に，効率的なセンサネットワークの構築や，可動ロボットによる危険場所の探索，施設の監視などへの応用が期待されている．

本報告では，被覆制御問題をポテンシャルゲームを用いて定式化し，レプリケータダイナミクスにより，評価関数を極大化するセンサ被覆制御法を提案する．

2　ポテンシャルゲーム

ポテンシャルゲームは，n 個の集団の集合 $I = \{1, \ldots, n\}$ からなる n 集団ゲームである．集団 i は，n^i の連続体からなるエージェントで構成される．集団 i に属するエージェントが取る戦略の集合を $S^i = \{1, \ldots, m^i\}$，全集団での総合計戦略数を $M = \sum_{i \in I} m^i$ とする．また，集団 i に属し，戦略 $k \in S^i$ を取るエージェントの数を x^i_k，集団 i の集団状態を $X^i = \{x^i \in \mathbf{R}^{m^i}_+ : \sum_{k \in S^i} x^i_k = n^i\}$ とする．このとき，n 集団の戦略分布 X は，X^i の直積となる．さらに，利得でゲームを評価する．集団 i に属するエージェントが戦略 k を取ったときに得られる利得は，連続な関数 $F^i_k : X \to \mathbf{R}$ により表される．このとき，フルポテンシャルゲームは次のように定義される [2]．

定義 1（フルポテンシャルゲーム）次式をみたすような連続で微分可能な関数 $f : \mathbf{R}^M_+ \to \mathbf{R}$ が存在するとき，ゲーム $F : \mathbf{R}^M_+ \to \mathbf{R}^M$ をフルポテンシャルゲームという．

$$\nabla f(x) = F(x) \quad \text{for all } x \in \mathbf{R}^M_+ \tag{1}$$

3　ポテンシャルゲームを用いた被覆制御

被覆制御を行うミッション空間を，凸多角形 $Q \in \mathbf{R}^2$ とする．ミッション空間 Q は m 個の頂点 $v_1, \ldots, v_m$ を持つ．今，n 個の可動センサの集合を $I = \{1, \ldots, n\}$，センサ i の位置を r^i とし，これらのセンサを用いて被覆を行う．なお，ミッション空間 Q には，各点の相対的な重要度を表す可積分関数 $\phi : Q \to [0, \infty)$ が与えられている．また，各センサは非増加かつ区分微分可能な性能関数 $h : [0, \infty) \to \mathbf{R}$ を持つ．本報告では，全てのセンサのセンシング能力は同性能とする．以上を踏まえて，被覆の効率性を表す評価関数 H を次のように設定する．

$$H(r) := \int_Q \max_{i \in I} h(\| q - r^i \|)\phi(q)dq \tag{2}$$

本報告の被覆制御では，各センサが距離に依存するセンシング能力を持つことを考慮し，ミッション空間内の各点を，そこから一番近いセンサが被覆すると仮定する．すると，ミッション空間内は重複なく，かつ漏れなく被覆され，各センサのセンシング範囲は，各センサの位置を母点とするボロノイ分割で与えられる．このとき，関数 h の選択によらず，その単調非増加性から，

$$H(r) = H_\nu(r) := \sum_{i=1}^{n} \int_{\nu_i(r)} h(\| q - r^i \|)\phi(q)dq \tag{3}$$

が成立する．ν_i はセンサ i を母点としたボロノイ分割である．このとき，効率のよい被覆を行うための被覆制御問題は，評価関数 $H(r)$ の最大化問題となる．本報告では，性能関数を $h(x) = -x^2$ とした．

また，被覆制御問題におけるセンサ i の位置 r^i は，重心座標系を用いると $r^i(x^i) = \sum_{k=1}^{m} x^i_k v_k$ で表される．ただし，全ての $i \in I, k \in \{1, \ldots, m\}$ に対し，$x^i_k \geq 0$ かつ $\sum_{k=1}^{m} x^i_k = 1$ である．

ここで，各センサを各集団，ミッション空間の頂点を戦略とする．さらに，センサ i の戦略 k での利得を次のように定義すると，被覆制御問題はポテンシャルゲームに帰着される．

$$F^i_k(x) = \frac{\partial H}{\partial x^i_k}(r) \tag{4}$$

本報告では，被覆制御問題をポテンシャルゲームにより定式化し，次のレプリケータダイナミクスを用いて，評価関数を極大化する解を求める．

$$\dot{x}^i_k = x^i_k \left(F^i_k(x) - \sum_{l=1}^{m} x^i_l F^i_l(x) \right) \tag{5}$$

4　シミュレーション結果

ミッション空間 Q の頂点数 $m = 8$，センサの数 $n = 10$ とし，価値関数 $\phi(q) = \exp(-((x-70)^2 + (y-60)^2))/2000$ を持つ領域でのシミュレーション結果を以下の図 1, 2 に示す．図 1 において，$\diamond$ 印，$\times$ 印はそれぞれセンサの初期位置，収束位置であり，内部の点線は，センサの収束位置を母点としたボロノイ分割である．また，図 2 は，評価関数の推移を示したものである．

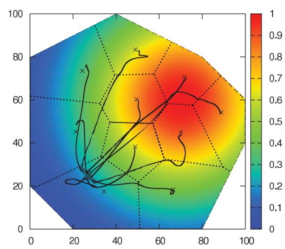

図 1　収束までのセンサの軌道

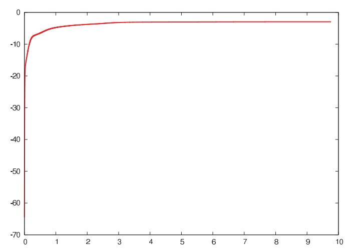

図 2　評価関数 $H(r)$ の推移

5　結論

本報告では，被覆制御問題をポテンシャルゲームを用いて定式化し，評価関数を極大化するセンサ被覆制御法を提案した．今後の課題としては，収束位置の安定性の考察などが挙げられる．

参考文献

[1] S. Martinez, J. Cortes, and F. Bullo : *IEEE Control Systems Magazines*, Vol. 27, No. 4, pp. 75-88, 2007

[2] W. H. Sandholm : *Journal of Economic Theory*, Vol. 144, pp. 1710–1725, 2009