Regular Feedback Interconnection Problemの可解性に関する研究

学籍番号：90106044　大塚研究室　片山 聡

1　はじめに

ビヘイビアアプローチ [4] に基づいて，与えられた仕様がシステムの次数を減らさず，CPU から成る構成のフィードバック系で実現できるか否かという問題が Regular Feedback Interconnection Problem（RFIP）として定式化されている．ある特定の表現について可制御な制御対象に対する解法が，Lomadze[1] で与えられている．

本稿では，RFIP の解の集合とシステムの表現との依存性について考察した．また，不可制御な制御対象に対しても，Regular Implementability[2, 3] の観点から RFIP の解法について考察した．

なお，紙面の都合上，本概要ではシステムの表現と RFIP の解の集合との依存性についてのみ記載した．

2　ビヘイビアアプローチ

ビヘイビアアプローチにおけるシステムとは，そのシステムがとりうる信号の集合として定義され，以下のように記述される．

$$\Sigma := (\mathbb{T}, \mathbb{W}, \mathfrak{B})$$

$\mathbb{T}$ は時間軸，$\mathbb{W}$ は信号空間とし，これらで定義された空間におけるシステムの取りうる信号の集合をビヘイビア $\mathfrak{B}$ で表現する．また，システムが線形ならば，$\mathfrak{B}$ は方程式

$$R\,(d/dt)\,w = 0 \tag{1}$$

を満たす時間軌道 w の集合として表現される．

このとき，$R(\xi) \in \mathbb{R}[\xi]^{\bullet\times q}$ は多項式行列で，(1) を核表現（kernel representation）という．Σ の出力数を $\mathrm{p}(\Sigma) := \mathrm{rank}(R)$ とおく．Σ のマクミラン次数（McMillan degree）を $\mathrm{n}(\Sigma)$ と表記する．このとき，２つの線形微分システムの相互結合について以下のように定義する．

定義 1. ２つの線形システムを $\Sigma_1 := (\mathbb{R}, \mathbb{R}^q, \mathfrak{B}_1)$, $\Sigma_2 := (\mathbb{R}, \mathbb{R}^q, \mathfrak{B}_2)$ とおく．

i.）２つのシステムの相互結合（interconnection）を $\Sigma_1 \wedge \Sigma_2 := (\mathbb{R}, \mathbb{R}^q, \mathfrak{B}_1 \cap \mathfrak{B}_2)$ で表す．

ii.）システム $\Sigma_1 \wedge \Sigma_2$ が $\mathrm{p}(\Sigma_1 \wedge \Sigma_2) = \mathrm{p}(\Sigma_1) + \mathrm{p}(\Sigma_2)$ を満たすとき，$\Sigma_1 \wedge \Sigma_2$ を Regular という．

iii.）Regular Interconnection$\Sigma_1 \wedge \Sigma_2$ が $\mathrm{n}(\Sigma_1 \wedge \Sigma_2) = \mathrm{n}(\Sigma_1) + \mathrm{n}(\Sigma_2)$ を満たすとき，Regular Feedback Interconnection（RFI）という．そうでないとき，Singular Feedback Interconnection（SFI）という．

性質 2. あるシステムのビヘイビア $\mathfrak{B}$ に対して，$\mathfrak{B} = \ker(R_1) = \ker(R_2)$ であるとき，$R_2 = UR_1$ を満たすようなユニモデュラ行列 U が存在する．

性質 3. 線形システム Σ の minimal な核表現を $R \in \mathbb{R}[\xi]^{p\times q}$ とする．このとき，Σ が可制御であるための必要十分条件は，多項式行列 $R(\lambda)$ が任意の $\lambda \in \mathbb{C}$ で行フルランクとなることである．

3　RFIP

可制御な制御対象 Σ_1，仕様のシステム $\Sigma(\subseteq \Sigma_1)$ と仮定する．このとき，

$$\Sigma_1 \wedge \Sigma_2 = \Sigma$$

を満たす，制御器 Σ_2 をすべて導出する問題を Singular Feedback Interconnection Problem(SFIP) という．また，

$$\Sigma_1 \wedge \Sigma_2 = \Sigma \quad \text{かつ} \quad \mathrm{n}(\Sigma_1) + \mathrm{n}(\Sigma_2) = \mathrm{n}(\Sigma)$$

を満たす，制御器 Σ_2 をすべて導出する問題を Regular Feedback Interconnection Problem(RFIP) という．

4　主結果

RFIP の解の集合とシステムの表現との依存性に関して，以下の結果を得た．

定理 4. 仕様のシステムの核表現によらず，RFIP の解の集合は一意である．

定理 5. 制御対象の核表現によらず，RFIP の解の集合は一意である．

定理 6. 可制御な制御対象 Σ_1，仕様のシステム $\Sigma \subseteq \Sigma_1$ とする．このとき，制御対象および仕様のシステムの核表現によらず，RFIP の解の集合は一意である．

上記の定理より，システムの表現に対する RFIP の解の集合は一意に決定できることが得られる．したがって，複雑なシステムの表現に対してユニモデュラ行列をかけることで，比較的に簡単なシステムの表現で RFIP の解を求めることが可能となる．

5　おわりに

RFIP の解の集合は，システムの表現に依存せず一意であることが得られた．また，不可制御な制御対象に関して，RFIP の解法を用いて解くための条件を得ることができた．今後の課題としては，partial interconnection のシステムに関しての RFIP の拡張を考えていきたい．

参考文献

[1] V. Lomadze, ”On the regular feedback interconnection problem”, International Journal of Control Vol.79, No.8, August 2006, 858-865.

[2] C. Praagman, H. L. Trentelman, R. Zavala Yoe, ”On the prametrization of all regularly implementing and stabilizing controllers”, SIAM Journal of Control and Optimization vol.45, No.6, 2035-2053, 2007.

[3] Madhu N. Belur, H. L. Trentelman, ”Stabilization, Pole Placement, and Regular Implementability”, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 47, No. 5, May 2002, 735-744.

[4] M. Kuijper, ”Why Do Stabilizing Controllers Stabilize?”, Automatica, Vol. 31, No. 4, 1995, 621-625