LPVモデルとコントローラの同定に基づく逐次改良について

学籍番号：90122168　藤井研究室　吉田 隆司

1 はじめに

非線形システムに対する実際的な制御手法にゲインスケジューリング (以下 GS) がある．その中には，非線形システムから LPV(Linear Parameter Varying) システムを導き，スケジューリング変数に依存する制御則を設計する方法がある．しかし，微分方程式が求められていない場合には LPV モデルを導く事自体が困難である．

そこで本研究では、スケジューリング変数のある場所で同定する事によって得られる情報から実際のシステムを推定し，未知のシステムを不確かさを含む LPV システムととらえることにする．推定誤差の大きさを不確かさ Δ の入出力の L_2 ゲインを用いて評価することにより、安定化コントローラ構成可能かどうかを判定する．

2 準備

2.1 L_2 ゲイン性能

LTI システムに対しては L_2 ゲインは H_∞ ノルムと一致しロバスト制御で大きな役割を果たすことはよく知られている．LTV システムに対しては，有界連続微分可能な時間関数 $X(t)$ が存在して $X(t) > 0$,

$$\begin{bmatrix} A^TX(t)+X(t)A+\dot{X}(t) & X(t)B & C^T \\ B^TX(t) & -\gamma I & D^T \\ C & D & -\gamma I \end{bmatrix} < 0, \forall t$$

が成り立てば，L_2 ゲインが γ 未満となる．

3 モデリングとＧＳコントローラの構成

本研究では，問題の簡単化のため，状態フィードバックについて考える．

3.1 モデルの設定

制御対象が次のように表されるとする．

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(\rho)x(t)+B(\rho)u(t) \\ y(t) &= C(\rho)x(t) \\ u &= F(\rho) \end{aligned}$$

つまりシステムが ρ に依存した形 $\Sigma : \{A(\rho), B(\rho), C(\rho)\}$ で表されるものとする．$x(t)$ は状態，$u(t)$ は入力，$y(t)$ は出力，$\rho(t)$ は時変なスケジューリング変数．$F(\rho)$ は求めたいパラメータ依存の制御則．また本研究では以下を前提とする．

１．システムの $A(\rho), B(\rho), C(\rho)$ の関数のクラスは未知．

２．$(A(\rho), B(\rho))$：可制御．

３．ρ を固定して同定を行う事によりその点での $A(\rho_i), B(\rho_i)$,
$C(\rho_i)$ が分かるとする．

４．各係数行列の変化率の上限が与えられているとする．$\|\frac{\partial a_{ij}}{\partial \rho}\| \le \alpha$

前提条件４より，$[\rho_i, \rho_{i+1}]$ での不確かさの範囲が分かり，以下の図のようになる．

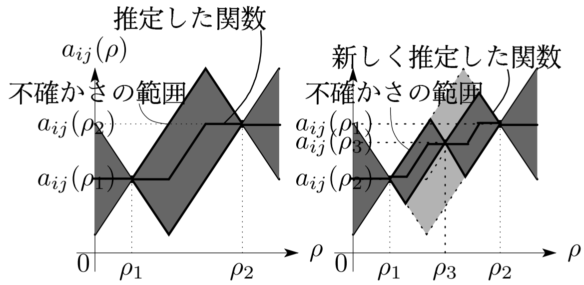

Fig. 1: 新たな同定点を加える前後の不確かさの範囲の変化

次に未知のシステムをノルム有界の不確かさを含んだ LPV システムとして表現する．

$$A(\rho) = A_0(\rho) + \Delta_A(\rho) = A_0(\rho) + H_1(\rho)\tilde{\Delta}E_1(\rho)$$

但し，$A_0(\rho)$ は同定点から推定されるノミナルな関数，$\Delta_A(\rho)$ は推定誤差とする．$B(\rho), C(\rho), D(\rho)$ も同様に表現される．また，$\|\tilde{\Delta}\|$ は $\|\tilde{\Delta}\| \le 1$ となるように規格化したものであり，E_1, H_1 は各係数行列の不確かさに対する重みである．

3.2 制御則構成までのアルゴリズム

Step.1 同定点による情報から推定モデルを設計する．図から同定点を増やすと推定誤差 $E(\rho), H(\rho)$ が小さくなる事が分かる．$\gamma = \|E(sI - A_F)H\|_\infty$ なので $E(\rho), H(\rho)$ が小さくなるにつれ減少する．

Step.2 3.1 節の中の定式化により，不確かさの入出力 L_2 ゲインを用いて性能評価可能である．よって，以下の最小化問題に帰着する．$\forall \rho$ に対して，

$$\begin{cases} \min \gamma \quad \text{sub to} \quad \mathrm{P}(\rho) > 0, \\ \begin{bmatrix} A_F^TP(\rho)+P(\rho)A_F+\dot{P}(\rho) & P(\rho)B_F & C_F^T \\ B_F^TP(\rho) & -\gamma I & 0 \\ C_F & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \end{cases}$$

但し，$A_F = A_0(\rho) + B(\rho)F(\rho), B_F = H(\rho), C_F = E(\rho)$ である．$\|\tilde{\Delta}\| \le 1$ よりスモールゲイン定理から $\gamma < 1$ であれば，その時の制御則 $F(\rho)$ が安定化制御則である．(即ち，制御則導出終了．)

$\gamma \ge 1$ ならば，安定化制御則が求まっていないので，Step.3 へ行く．

Step.3 固有値が 0 になっている点 ρ を次の同定点にし，Step.1 へ行く．上の制約条件式を満たすのが最も満たしにくい点を次の同定点とすればよい．最小化問題が行き詰まるという事は，負定条件式の固有値が 0 になる点が存在しているはずである．つまりその点が制約条件を満たす際，最も満たしにくい点である．

4 おわりに

本研究では，本来導く事が困難な LPV システムを推定部分とそれに伴う不確かさ部分に分けて表現した．推定モデルの更新と制御則の計算を繰り返す事により，未知のシステムに対する安定化制御則を求める事ができた．