反復計算による多目的制御系設計

90428030　藤井研究室　玉越 隆行

1　はじめに

近年,LMI に基づく多目的制御系設計が注目され, 基本的な方法論がほぼ確立された. しかし, 重要な課題がまだ残されている. LMI に基づく多目的制御系設計では, 各設計仕様を表現する LMI を連立させることによって混合問題が記述される. 各設計仕様を表現する LMI は個別には凸であるが, それらを連立させると凸でなくなる. このような混合問題を凸化するため, 多くの従来研究では LMI 共通解が採用され, 結果が保守的になっている.

この保守性を緩和するため, 本研究では, 反復計算にはなるが LMI 非共通解を用いて多目的制御系設計を行う方法を提案する. まず, 状態フィードバック $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ 問題についていくつかのアルゴリズムを考察し, それらを比較・検討する. その結果を踏まえ, さらに, 領域極配置 (線領域, 円領域, コニックセクタ領域) による制約も連立させて, すべてを LMI 非共通解を用いた反復計算により計算し, 最適解を求める.

2　問題設定

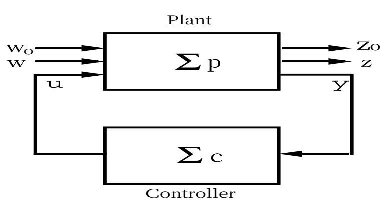

図 1: 一般化プラント

図 1 の一般化プラントに対して $w_0 \to z_0, w \to z$ の閉ループ伝達関数をそれぞれ $H_{z_0w_0}(s), H_{zw}(s)$ とし, 状態フィードバック制御器 $\Sigma_c\ :\ u = -Kx$ を考える. このとき, ここで解くべき問題はつぎのように定式化される.

問題　ある与えられたスカラ $\gamma > 0$ に対し, 以下を満足する制御器 Σ_c を見つけよ.

$$\inf\{\ \ \|H_{zw}(s)\|_2^2\ :\ \|H_{z_0w_0}(s)\|_\infty < \gamma\ \ \}$$

3　各設計仕様の LMI 化

まず,$\mathcal{H}_2$ 制約,$\mathcal{H}_\infty$ 制約を考える. 各設計仕様には BMI 項が含まれているが, まず, 制御器ゲインに関する平方完成により, これを LMI 化する. つぎに,Schur の相補定理が適用できない準負定二次項を適切な上界で置き換えながら反復計算により最適解を求めていく. そして, 反復のたびに求まる制御器ゲイン $K \in \mathcal{K}_\infty$ を基にして, 各設計仕様の解を更新して反復回数を減らすいくつかの方法を提案する.

その後, 領域極配置 (線領域, 円領域, コニックセクタ領域) による制約についても考え, 同様に制御器ゲインに関する平方完成をしてから適切な上界で置き換える. 以上により, 適切な閉ループ極を持ち, ロバスト安定で, かつ性能の良いコントローラを設計する.

4　各アルゴリズムの比較

二慣性系の数値例により, 状態フィードバック $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ 制御器を各アルゴリズムにより設計した.

表 1: 各アルゴリズムの比較

設計法	反復回数	コスト
アルゴリズム I	79	2.1042
アルゴリズム II	80	2.1043
アルゴリズム III	9	2.1019
アルゴリズム IV	5 〜 8	2.1019
アルゴリズム V	7	2.1019

そして, アルゴリズム III を使って極配置を含めた状態フィードバック $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ 制御器を設計した.

5　結論

Schur の相補定理が適用できない準負定二次項を適切な上界で置き換えることにより, 反復計算ではあるが LMI 非共通解を用いて状態フィードバック $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ 問題を解くことができた. $\mathcal{H}_2$ 制約の解は, 反復のたびに求まる制御器ゲイン K を使って真のコストを求めることによって更新するのがよいが,$\mathcal{H}_\infty$ 制約の解を更新する明確な指針がないのでいくつかの方法を試し, 反復回数と計算量の点で妥当なアルゴリズムを選定した.

また, 領域極配置を含めた状態フィードバック $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ 制御器の設計問題に関しては, $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ 制約の収束時の閉ループ極を含まない領域に閉ループ極を配置するとともに,$\mathcal{H}_2$ コストをかなり下げることができた.

今後の課題としては, 他の数値例においても同様の結果が得られることの確認や, さらに, 共通解が可解でない場合に初期値を得る方法の検討などが挙げられる.