

# 知能システム学Ⅱ

次の7問から3問選択して解答せよ。4問以上解答した場合、すべての解答を無効とする。問題毎に別の答案用紙を用いること。答案用紙の追加は認めない。

## 1

状態方程式

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}$$

で表される1入力1出力システムについて、以下の問い1)~4)に答えよ。ただし、 $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$ ,  $x_3(t)$ は状態変数、 $u(t)$ ,  $y(t)$ は、それぞれシステムに対する入力と出力とする。

- 1) 可制御性と、可観測性を調べよ。
- 2) 単位ステップ応答を求めよ。
- 3) カルマンの正準分解形を求めよ。

- 4) 閉ループ系の極を $\{-1, -1, -2\}$ とするような状態フィードバック $u(t) = k \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}$ のゲ

イン $k$ を求めよ。

## 2

以下の問い 1), 2) に答えよ.

- 1) 次の周波数応答を持つ理想的なローパスフィルタについて考える.

$$H(\omega) = \begin{cases} 1 & (|\omega| \leq \omega_c) \\ 0 & (|\omega| > \omega_c) \end{cases}$$

ただし,  $\omega_c$  は実定数である. また, フィルタ入力を  $x(t) = e^{-t}u(t)$  ( $u(t)$  はステップ信号), フィルタ出力を  $y(t)$  とする. ただし, 時間  $t$  は実数である. このとき, 次の小問 a) ~ f) に答えよ.

- a)  $x(t)$  のフーリエ変換  $X(\omega)$  を求めよ.  
 b)  $y(t)$  のフーリエ変換  $Y(\omega)$  を求めよ.  
 c) 任意の信号  $z(t)$  とそのフーリエ変換  $Z(\omega)$  との間には, 次のパーセバルの等式が成り立つことを証明せよ.

$$\int_{-\infty}^{\infty} |z(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |Z(\omega)|^2 d\omega$$

- d)  $y(t)$  のエネルギー  $E_y$  を求めよ.  
 e)  $x(t)$  のエネルギーを  $E_x$  とする.  $E_y = E_x/2$  とする  $\omega_c$  を求めよ.  
 f)  $\omega_c = 2\pi$  とする. このフィルタに新たに次の信号を入力したときの出力  $y(t)$  を求めよ.

$$x(t) = 1 + \sin(\pi t) + \frac{1}{3} \sin(3\pi t) + \frac{1}{5} \sin(5\pi t) + \frac{1}{7} \sin(7\pi t)$$

- 2) 入力を  $x_n$ , 出力を  $y_n$  として, 入出力差分方程式が

$$y_n = \frac{x_n + x_{n-1} + x_{n-2} + x_{n-3}}{4} \quad (n = \dots, -1, 0, 1, \dots)$$

で与えられる離散時間システムについて考える. ただし, サンプルング時間を 1[s] とする. このとき, 次の小問 a) ~ d) に答えよ.

- a) この離散時間システムの周波数応答  $H(e^{j\Omega})$  を求めよ.  
 b) 振幅特性  $|H(e^{j\Omega})|$  と位相特性  $\angle H(e^{j\Omega})$  を求めよ.  
 c) 入力  $x_n = \sin\left(\frac{\pi n}{3}\right)$  に対する出力  $y_n$  を求めよ.  
 d)  $x_n = \sin(\Omega n)$  を入力すると出力が 0 となった. このときの  $\Omega$  ( $0 < \Omega < \pi$ ) の値を求めよ.

**3** 以下の問い1), 2)に答えよ。

1) 節点集合を  $V$ , 枝集合を  $E$  とする有向グラフ  $G = (V, E)$  の各枝  $(i, j) \in E$  に容量  $u_{ij}$  が与えられたネットワーク  $N = (G, \mathbf{u})$  を考える。ただし, 各枝の容量  $u_{ij} ((i, j) \in E)$  をまとめて  $\mathbf{u} = (u_{ij})$  と記し,  $V$  にソース  $s$  とシンク  $t$  が属するものとする。以下の小問 a)~f) に答えよ。

- a) 各枝の流れ  $x_{ij} ((i, j) \in E)$  をまとめて  $\mathbf{x} = (x_{ij})$  と記すとき, フロー  $\mathbf{x}$  が満たすべき流量保存制約 (流れ保存則) と容量制約とを,  $x_{ij}$  に関する制約条件として表せ。
- b) フロー  $\mathbf{x}$  の流量  $f$  を  $x_{ij} ((i, j) \in E)$  を用いて記せ。
- c) 節点集合  $V$  をソース  $s$  を含む集合  $S$  とシンク  $t$  を含む集合  $T$  に分割したカット  $(S, T)$  を考える。  $S$  の節点を始点とし  $T$  の節点を終点とする枝  $(i, j)$  を  $(i, j) \in (S, T)$  と記す。同様に,  $T$  の節点を始点とし  $S$  の節点を終点とする枝  $(j, i)$  を  $(j, i) \in (T, S)$  と記す。このとき, フロー  $\mathbf{x}$  の流量  $f$  について, 次式が成立することを示せ。

$$f = \sum_{(i,j) \in (S,T)} x_{ij} - \sum_{(j,i) \in (T,S)} x_{ji} \tag{1}$$

d) カット  $(S, T)$  に対して, カット容量  $C(S, T)$  は

$$C(S, T) = \sum_{(i,j) \in (S,T)} u_{ij}$$

と定められる。このとき, フロー  $\mathbf{x}$  の流量  $f$  と  $C(S, T)$  について,

$$C(S, T) \geq f$$

が成立することを示せ。必要があれば, 式(1)を用いてもよい。

e) 図に示すように,  $V = \{s, 1, 2, 3, 4, 5, t\}$ ,  $E = \{(s, 1), (s, 2), (s, 3), (1, 3), (1, 4), (2, 5), (2, t), (3, 2), (3, 4), (3, 5), (4, t), (5, 4), (5, t)\}$

と定められ, 各枝の容量が  $u_{s1} = 5$ ,  $u_{s2} = 2$ ,  $u_{s3} = 3$ ,  $u_{13} = 2$ ,  $u_{14} = 1$ ,  $u_{25} = 2$ ,  $u_{2t} = 2$ ,  $u_{32} = 1$ ,  $u_{34} = 4$ ,  $u_{35} = 3$ ,  $u_{4t} = 4$ ,  $u_{54} = 5$ ,  $u_{5t} = 3$  と与えられたとき, このネットワークにおける最大流問題を解き, 最大フローの一つ  $\hat{\mathbf{x}} = (\hat{x}_{ij})$  と最大流  $\hat{f}$  を求めよ。

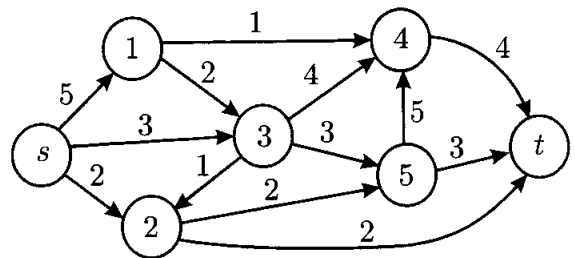


図 ネットワーク

f) 図のネットワークに対して,  $S^* = \{s, 1\}$ ,  $T^* = \{2, 3, 4, 5, t\}$  を考える。このとき, カット  $(S^*, T^*)$  がカット容量を最小にするか否かを答え, その理由を述べよ。

2) 次の線形計画問題  $(P)$  に関する小問 a)~d) に答えよ。

$$\begin{aligned} (P): \quad & \text{minimize} && x_1 + 2x_2 - x_3 \\ & \text{subject to} && 3x_1 + 5x_2 + x_3 \leq 90 \\ & && x_1 - 5x_2 + 3x_3 \leq 66 \\ & && 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 6 \\ & && x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

- a)  $(P)$  を (等式) 標準形に変形せよ。
- b) 2段階法を用いて  $(P)$  の最適解を求めよ。
- c) a) で求めた (等式) 標準形で記述された問題に対する双対問題  $(D)$  を示せ。
- d)  $(D)$  の最適解と最適値を求めよ。

# 4

以下の問い1), 2)に答えよ。ただし、回路はいずれも定常状態であるとする。

1) 図1の回路について、以下の小問a) ~ c)に答えよ。ただし、交流電圧源  $e_1(t)$  と  $e_2(t)$  の位相は等しいとし、角周波数を  $\omega$  とする。また、 $e_1(t)$  と  $e_2(t)$  のフェーザ表示をそれぞれ  $\dot{E}_1$  と  $\dot{E}_2$  とする。

- a) 図1の端子対 a-b から左側の回路と、図2の回路が等価であるとする。このとき、図2における交流電圧源のフェーザ表示  $\dot{E}_0$  とインピーダンス  $Z_0$  を求めよ。
- b) 交流電圧源  $e_2(t)$  を短絡したとき、電圧  $v_1(t)$  のフェーザ表示  $\dot{V}_1^{(1)}$  を求めよ。
- c) 電圧  $v_1(t)$  のフェーザ表示  $\dot{V}_1$  を求めよ。また、 $v_1(t)$  が  $e_1(t)$  と  $e_2(t)$  の影響を受けないときの角周波数を求めよ。

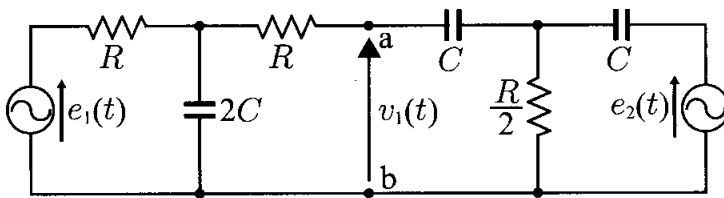


図 1

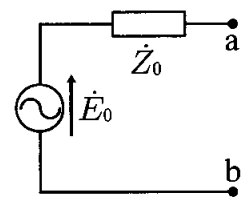


図 2

2) 図3の回路について、以下の小問a) ~ d)に答えよ。ただし、オペアンプの入力インピーダンスと電圧増幅率は  $\infty$ ，出力インピーダンスは0で、出力電圧は飽和しないとする。また、交流電圧源  $e_i(t)$  と電圧  $v_o(t)$  のフェーザ表示をそれぞれ  $\dot{E}_i$  と  $\dot{V}_o$  とする。

- a)  $v_2(t) = V_2 \sin \omega t$  のとき、電圧  $v_3(t)$  を求めよ。ただし、 $V_2$  は正の定数とする。
- b)  $e_i(t) = E_i \sin \omega t$  のとき、電圧  $v_o(t)$  を求めよ。ただし、 $E_i$  は正の定数とする。
- c)  $|\dot{V}_o|/|\dot{E}_i|$  が最小となるときの  $e_i(t)$  の角周波数と、そのときの  $|\dot{V}_o|/|\dot{E}_i|$  を求めよ。
- d)  $|\dot{V}_o|/|\dot{E}_i| = 1/\sqrt{2}$  となるときの  $e_i(t)$  の角周波数を求めよ。

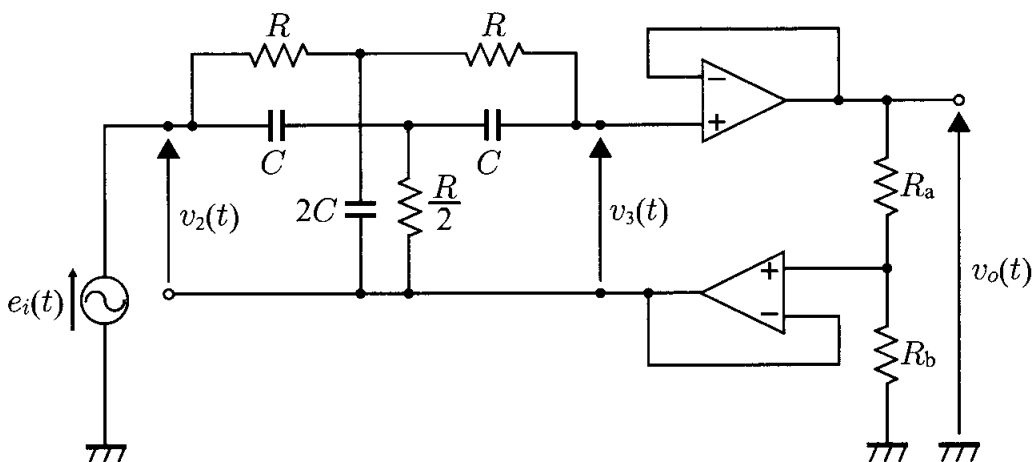


図 3

# 5

以下の問い 1)~3)に答えよ。

- 1) 図1に示されるような順序回路 $S_1$ と組み合わせ論理回路 $C$ からなる順序回路 $S_2$ に関して、以下の小問 a)~d)に答えよ。ただし、 $S_1$ はクロック入力を受け、 $Q_0$ 、 $Q_1$ 、 $Q_2$ を出力し、 $C$ は、外部からの入力 $X$ と $Y$ と $S_1$ の出力の一部に基づき、 $Z$ を出力する。 $S_1$ の出力 $Q_0$ 、 $Q_1$ 、 $Q_2$ は図2に示されるタイミングチャートに従って挙動するとし、 $S_1$ は図3に示されるようなネガティブエッジトリガ型のJK型フリップフロップ3つから構成されるとする。 $S_2$ は4クロックに1回のタイミングで、 $X$ と $Y$ が両方とも1である場合に1を出力し、そうでない場合に0を出力する。また、それ以外のタイミングでは、 $X$ と $Y$ のいずれかが1である場合に1を出力し、そうでない場合に0を出力するとする。
  - a) JK型フリップフロップの特性表を示せ。
  - b) 図2に示されるタイミングチャートに従う順序回路を何というか答えよ。
  - c) 図3の表現を用いて、順序回路 $S_1$ の回路図を示せ。
  - d) カルノー図法を用いて、 $S_2$ の出力 $Z$ の論理式を求めよ。ただしカルノー図も示すこと。

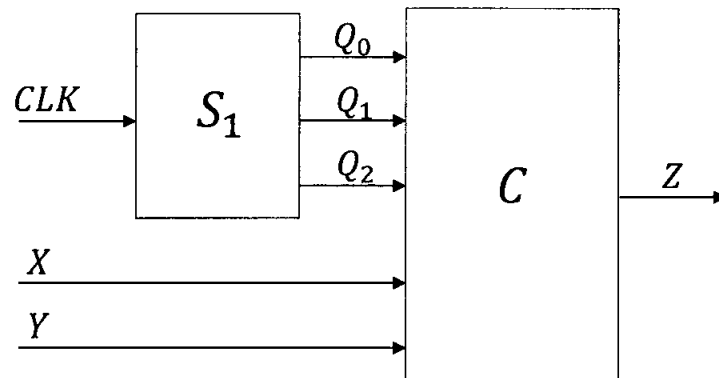


図1 順序回路 $S_2$

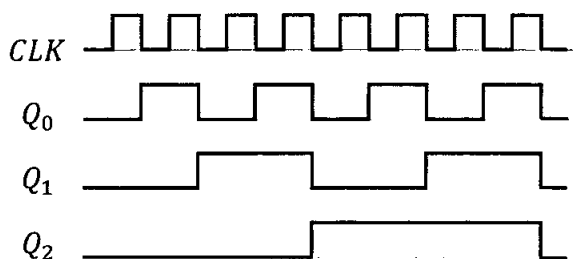


図2 タイミングチャート

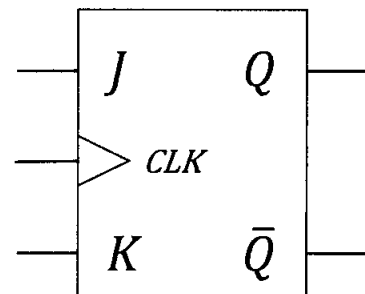


図3 JK型フリップフロップ

2) 計算機のアーキテクチャに関する次の文に関して、小問 a)~d) に答えよ。

特定の計算機のハードウェアに対する操作指令の全体を【ア】という。命令をデータと区別なく(i)主記憶装置に格納する方式は【イ】方式という。次に実行する命令のアドレスを保持するためのレジスタは【ウ】と呼ばれる。(ii)読みだされた命令は【エ】に格納される。【エ】から命令語を受け取り、その命令の実行に必要なゲートの制御信号を生成する部分を【オ】という。命令語は通常、その操作内容を示す【カ】と操作対象を示す【キ】で構成される。ただし、【キ】を持たない命令語も存在する。操作対象の存在場所の指定方法の種別のことを【ク】という。【ク】のうち、【キ】の内容を、操作対象が格納されているメモリアドレスとみなす方式を【ケ】といい、【キ】の内容を、操作対象が格納されているメモリアドレスが格納されているメモリアドレスとみなす方式を【コ】という。

- a) 上記文中の【ア】～【コ】にあてはまる語句を答えよ。
- b) 下線部(i)の主記憶装置およびプロセッサ内のレジスタへのアクセス速度が違うことで、CPUの命令実行にどのような問題が生じるか説明せよ。
- c) b)の問題を緩和するために導入される記憶装置の名称を述べ、その機能を説明せよ。
- d) 計算機が使用されるとき、通常、連続アドレスに格納されている命令群を順番に実行することが多い。下線部(ii)の処理の実施方法のうち、この性質に基づきスループットの増大を図る方法を一つ答えよ。
- 3) 出現確率がそれぞれ0.1, 0.5, 0.3, 0.05, 0.05である文字A, B, C, D, Eの2元ハフマン符号に関し、以下の小問a), b)に答えよ。
- a) ハフマン符号と文字の対応表を示せ。
- b) 平均符号長を示せ。

## 6

先端に質量  $m$  で大きさが無視できる対象物を把持する平面 3 自由度アームが、図のように直交座標系  $XY$  平面内に設置されている。関節は全て回転関節であり、リンクの長さは全て  $l$  である。各リンクと関節の質量は無視できる。図のように  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$  を各関節変位とし、アーム先端の位置を  $(x, y)$ 、その姿勢をリンク 3 と  $X$  軸とのなす角  $\varphi$  とする。各リンクは  $XY$  平面内のみで運動し、重力加速度は  $Y$  軸負の方向に大きさ  $g$  で働くものとする。摩擦の影響は無視して、以下の問い 1)～4) に答えよ。

- 1) 直交座標系  $XY$  におけるアーム先端の位置姿勢  $(x, y, \varphi)$  を関節変位  $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$  で表せ。
- 2)  $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{\varphi})^T = J(\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3)^T$  を満たすヤコビ行列  $J$  を関節変位で表せ。なお、 $\dot{x}$  などは変数の時間微分を、 $T$  は転置を表す。
- 3) 関節 1, 2, 3 に働くトルクを  $\tau_1, \tau_2, \tau_3$  とする。  $\theta_1 = \theta_2 = \pi/4, \theta_3 = -\pi/2$  のとき、アーム先端には重力のほかに、  $(f_x, f_y)^T = (-mg, mg/2)^T$  の外力が働いてつり合っている。  $\tau_1, \tau_2, \tau_3$  を求めよ。
- 4) 関節 2 を  $\theta_2 = \pi/2$  に固定し、関節 1 に時刻  $t$  で  $\theta_1 = \omega t$  の運動を与える。  $\omega$  は定数とする。関節 3 のトルクを  $\tau_3 = 0$  とするとき、対象物の運動を表す方程式を求めよ。

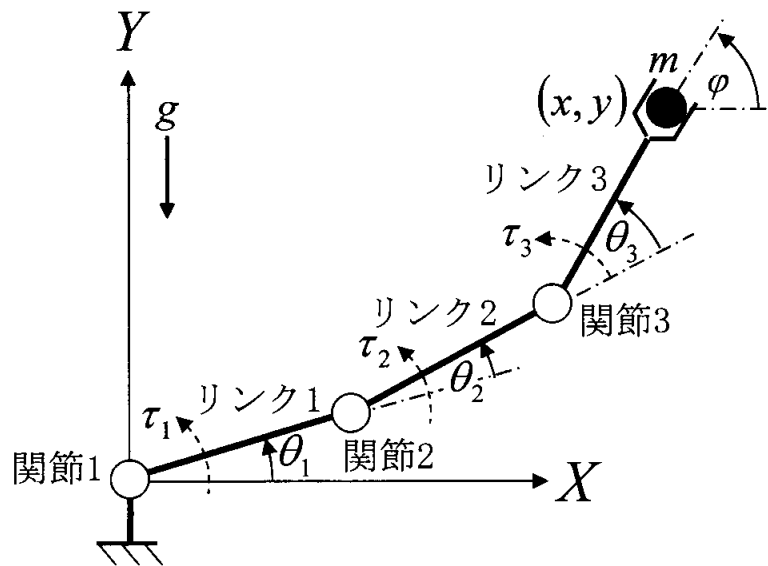


図 平面 3 自由度アームの構成

# 7

次の問い 1)~3)に答えよ.

- 1) 図 1 はマス目上に定義されるコスト付きグラフを表しており、図中の数字は節点間のコストを表す。以下の a) と b) の探索方法によって、出発地点 A から、目標地点 L に至る経路を求めよ。その際、節点を展開する毎に、OPEN リストの中身を明示せよ。ただし、展開して得られた子節点は、図 2 に示すように、上(U)、右(R)、下(D)、左(L)の順に OPEN リストへ挿入するものとする。a) の探索方法においては、既に OPEN リスト内に存在する節点は新たに挿入しないものとする。b) の探索方法においては、以下の①~④の規則に従い、コストが最小となる経路を求めるものとする。① OPEN リストから次に訪問すべき節点を選択する際、OPEN リスト内にコストが等しい節点が存在する場合は、最も早く OPEN リストに挿入されたものから選択する。② ヒューリスティック関数として、マンハッタン距離を用いる。③ マンハッタン距離は、図 1 のマス目に従って、正方形の 1 マスの縦及び横の長さを 1 として計算する。④ OPEN リストの要素は節点とコストの対として表す。

- a) 横型探索  
b) A\*

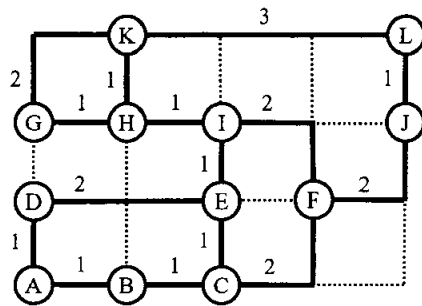


図 1

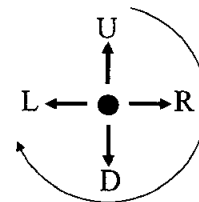


図 2

- 2) 特徴パターンが 1 次元で、入力パターン  $y = \{7, 9, 5, 2, 8, 9\}$  と参照パターン  $r = \{8, 2, 3, 4, 5, 7\}$  のとき、図 3 の移動パスを用いて DP マッチングを行い、図 4 の最小累積距離  $g(i, j)$  を示す表を完成せよ。なお、図 4 には、既に  $g(1, 1) = 1$  が記入されている。ただし、要素間距離は  $d(i, j) = |y_i - r_j|$  とし、整合窓は考慮しないものとする。



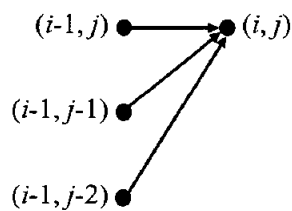


図 3

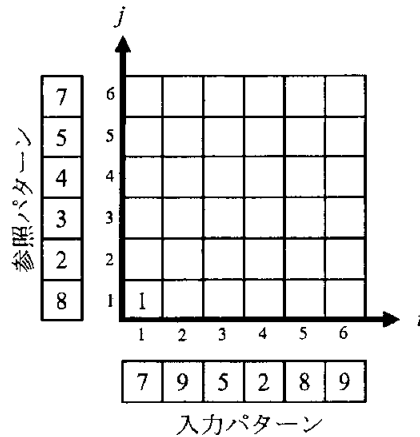


図 4

3) 以下の a)~l)の人工知能に関する説明文の空欄[ ]を埋めよ。

- a) 探索アルゴリズムの評価基準において、解が存在するとき、それを見つけることが保証される性質を、[ ]と呼ぶ。
- b) 言語処理において、自然言語の文を、意味を持つ最小の言語単位に分割し、それぞれの単位の持つ性質を明らかにすることを、[ ]と呼ぶ。
- c) [ ]とは、哲学においては、存在に関する体系的な理論を意味し、知識表現の観点からは、問題領域内の概念と関係を明示的に示し、明確な意味定義を与えるものである。
- d) ファジイ理論の議論において、ファジイ集合に対し、通常の集合は[ ]と呼ばれる。
- e) 学習における EBL（説明に基づく学習）では、[ ]規範として与えられる条件を満たすような目標概念の定義記述を得ることを目的とする。
- f) 学習における EBLは推論方法の種類としては、帰納と演繹の内、[ ]による推論方法を用いている。
- g) 階層型ニューラルネットワークにおいて、バックプロパゲーションによる学習を行う際に、各シナプスからの出力にシグモイド関数を用いる数学的理由は、[ ]が可能なことにある。
- h) 階層型ニューラルネットワーク等の学習において、訓練サンプルに特化した学習を行い過ぎ、未知のデータに対応できなくなることを、[ ]と呼ぶ。
- i) 一層しか重みを更新しない単純パーセプトロンでは、[ ]論理和が表現できない。
- j) パターン認識において、入力されたパターンの最近傍の  $k$  個の記録されているパターンを探索し、その記録されているパターンが最も多く属するクラスを、入力パターンが属するクラスとして決定する方法を、[ ]法と呼ぶ。
- k) 音声認識において、単語の生起に関して直近の  $(n-1)$  個の単語のみに打ち切ることを [ ]と呼ぶ。
- l) [ ]は代表的な人工知能言語であり、1950 年代に John McCarthy によって開発された。