

知能システム学 I

次の3問すべてを解答せよ。1問につき1枚の答案用紙を用いること。

1

図1に示すように、原点Oを中心とする半径 na の大円の内部に、半径 a の小円が、内接しながら滑らずに回転するとき、小円の周上に固定された点Aの軌跡を曲線Bとする。ただし、 n は正の整数、 a は正の実数であり、曲線Bの始点を $(na, 0)$ と定める。以下の問い1), 2)に答えよ。

1) $y = f(x)$ と表される曲線Cを考える。ただし、 f は2回微分可能である。以下の小問a), b)に答えよ。

a) $f(x)$ 上の点 $(b, f(b))$ における接線と、 y 軸、 x 軸との交点をそれぞれP, Qとするとき、P, Qの座標を $b, f(b), f'(b)$ を用いて表せ。ただし、 $f'(x) = \frac{df(x)}{dx}$ とする。

b) 線分PQの長さが一定であるような曲線Cを求めよ。ただし、 $f''(x) = \frac{df'(x)}{dx} \neq 0$ とする。

2) 図1に関して、以下の小問a) ~ d)に答えよ。

a) 小円の中心Rの座標を $((n-1)a \cos \theta, (n-1)a \sin \theta)$ と表す。ただし、 θ は、ORと x 軸の正の向きとのなす角で、 $0 \leq \theta \leq 2\pi$ である。Aの座標を a, n, θ を用いて表せ。

b) 曲線Bの全長を求めよ。

c) 図1の x 軸上および y 軸上を除く第1象限において、曲線Bが、1)で求めた曲線Cと一致するとき、 n の値を求めよ。また、線分PQの長さを a で表せ。

d) c)の条件において、曲線Bで囲まれる面積を求めよ。必要ならば次の公式を用いてよい。

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x dx = \begin{cases} \frac{(2m-1)(2m-3)\cdots 1}{(2m)(2m-2)\cdots 2} \frac{\pi}{2} & (n = 2m : \text{偶数}) \\ \frac{(2m-2)(2m-4)\cdots 2}{(2m-1)(2m-3)\cdots 3} & (n = 2m - 1 : \text{奇数}) \end{cases}$$

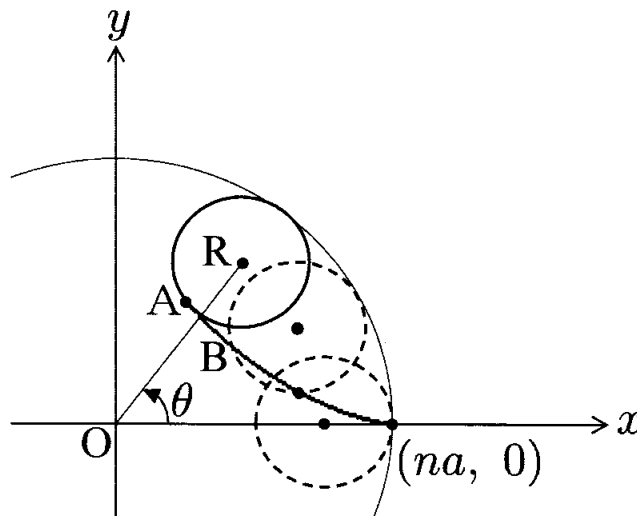


図1

2

以下では、 a, b を実数とし、行列 $A = \begin{pmatrix} a & 0 & a-1 \\ b & a & b \\ a-1 & 0 & a \end{pmatrix}$ とする。問い1) ~ 6) に答えよ。ただし、 A^T は A の転置を表す。

- 1) $\det(A^T A)$ を求めよ。
- 2) A が正則行列 P を用いて対角化可能であるための条件を示せ。
- 3) A が直交行列 U を用いて対角化可能であるとき、 U を求め、 A を対角化せよ。
- 4) n 次元実対称行列 B の相異なる固有値に属する固有ベクトルは互いに直交することを示せ。
- 5) n 次元実対称行列 B の k 個の相異なる固有値を λ_j ($j = 1, 2, \dots, k$) とする。 \mathbb{R}^n から固有値 λ_j ($j = 1, 2, \dots, k$) に対する固有空間 W_j への直交射影を表す行列を P_j とするとき、 $P_1 + \dots + P_k = I_n$ 、 $B = \lambda_1 P_1 + \dots + \lambda_k P_k$ が成り立つことを示せ。ただし、 I_n は n 次の単位行列、 \mathbb{R}^n は n 次元実数ベクトルの集合である。
- 6) A が正則行列 P を用いて対角化可能であるとき、 A の固有値 λ_j に対する固有空間を W_j とするとき、 \mathbb{R}^3 から W_j への直交射影を表す行列 P_j を求めよ。

3

以下の問い 1), 2) に答えよ。ただし、プログラミング言語は C 言語を用いている。

1) プログラム 1 は、マージソートを行うプログラムである。引数で受け取った配列 data の各要素の値を昇順に並び替える。配列 data の要素数は常に MAX_ELEMENTS 以下である。以下の小問 a) ~ e) に答えよ。

- プログラム 1 中の空欄 ~ を埋めよ。
- データの個数を N としたとき、マージソートの平均時間計算量をオーダー表記で答えよ。
- マージソートと同じ平均時間計算量を持つ整列アルゴリズムにクイックソートがある。クイックソートも分割統治により整列を実行するが、マージソートにはクイックソートにはない欠点がある。その欠点は何かと欠点の理由を答えよ。
- クイックソートには存在する欠点でマージソートには存在しない欠点がいくつかある。そのうちの一つを取り上げ、それが何かを答えよ。
- マージソートで連結リストのデータを整列させるためには、連結リスト中のある要素を特定する必要がある。その要素は何かを答えよ。また、それを取得するための方法を説明せよ。

プログラム 1

```
#define MAX_ELEMENTS 1000

void merge_sort(int data[], int low, int high)
{
    int mid, i, j, k;
    int tempdata[MAX_ELEMENTS];

    if (low >= high)
        return;
    mid = (low + high) / 2;
    merge_sort(data, );
    merge_sort(data, );

    for (i = low; i <= mid; i++)
        tempdata[i] = data[i];
    for (; ; i++, j--)
        tempdata[i] = data[j];
```

```
    i = low; j = high;
    for (k = low; k <= high; k++)
        if ()
            data[k] = tempdata[i++];
        else
            data[k] = tempdata[j--];
}
```

2) プログラム 3 は、連結リストにおいて新しい要素を作成する関数である。引数には格納するデータの内容を取り、戻り値は作成した要素の記憶位置である。連結リストで格納するのは、プログラム 2 で示した struct CELL 型の構造体である。構造体に保存するデータのデータ型は DATATYPE 型で、任意のデータ型が入るものとする。以下の小問 a), b) に答えよ。

a) プログラム 3 中の空欄 , を埋めよ。

b) プログラム 4 は、プログラム 3 と同じ手続きを実装しようとしたものであるが、間違いがある。間違いの内容と、それがなぜ間違いなのかを述べよ。

プログラム 2

```
struct CELL {  
    struct CELL *next;  
    DATATYPE data;  
};
```

プログラム 3

```
struct CELL *create(DATATYPE data) {  
    struct CELL *p =  malloc( );  
    p->next = NULL;  
    p->data = data;  
    return p;  
}
```

プログラム 4

```
struct CELL *create(DATATYPE data) {  
    struct CELL p;  
    p.next = NULL;  
    p.data = data;  
    return &p;  
}
```