電子システム学II

次の７問から３問を選択して解答せよ．４問以上解答した場合，すべての解答を無効とする．
問題毎に別の答案用紙を用いること．答案用紙の追加は認めない．

1

伝達関数

$$P(s) = \frac{1}{s^2 + 6s + 10}$$

で表されるシステム $P(s)$ と PI 制御器

$$K(s) = K_P + \frac{K_I}{s}$$

を接続した図１のようなフィードバック制御系を考える．ここで，r，u，y はそれぞれ目標値，操作量，制御量であり，K_P，K_I は定数である．

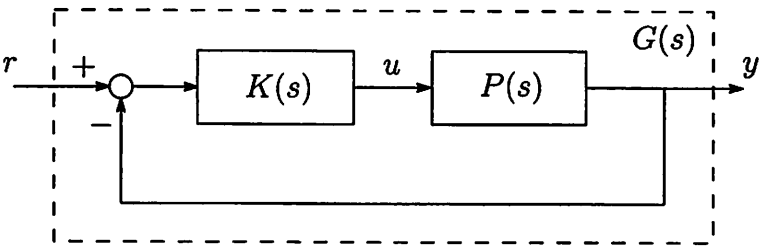

図 1: フィードバック制御系

このフィードバック制御系に関する以下の問い 1) ~ 5) に答えよ．

1) $P(s)$ の単位ステップ応答を求めよ．

2) フィードバック制御系における r から y への伝達関数 $G(s)$ を，K_P，K_I を用いて示せ．

3) 状態ベクトル x と行列 A，B，C を適当に定めて，フィードバック制御系を状態方程式

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Br(t)\\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}$$

で表せ．

4) フィードバック制御系が安定となる K_P，K_I の必要十分条件を求めよ．

5) フィードバック制御系が安定となり，かつ $G(s)$ の単位ステップ応答が逆応答を示す K_P，K_I の必要十分条件を求めよ．ここで，逆応答とは，十分小さい任意の正の時刻において単位ステップ応答が負になることを意味する．

2

以下の問い 1), 2) に答えよ．

1) インパルス応答が $h(t) = e^{-\alpha t}u(t)$ $(\alpha > 0)$ で与えられる連続時間線形時不変システムに，連続時間信号 $x(t) = e^{\beta t}u(-t)$ $(\beta > 0)$ を入力したときの出力を $y(t)$ とする．ただし，$u(t)$ は単位ステップ信号である．このとき，次の小問 a) $\sim$ e) に答えよ．

   a) $x(t)$ のエネルギー E_x を求めよ．

   b) $x(t)$ のフーリエ変換 $X(\omega)$ を求めよ．

   c) このシステムの周波数応答 $H(\omega)$ を求めよ．

   d) $y(t)$ を求めよ．

   e) $y(t)$ のエネルギー E_y を求めよ．

2) 離散時間信号 x_n を入力，離散時間信号 y_n を出力とする離散時間システムが，次の差分方程式で表されるとする．

$$y_n = ay_{n-1} + x_n$$

ただし，a は実定数であり $|a| < 1$ とする．また，サンプリング時間は 1[s] とする．このとき，次の小問 a) $\sim$ d) に答えよ．

   a) このシステムの周波数応答 $H(\Omega)$ を求めよ．

   b) $x_n = \cos\left(\dfrac{\pi}{2}n\right)$ を入力としたときの出力 y_n を求めよ．

   c) このシステムのインパルス応答 h_n を求めよ．

   d) $x_n = \dfrac{1}{a}\delta_{n+1} + \delta_n + a\delta_{n-1}$ を入力したときの出力 y_n を求めよ．ただし，δ_n は次の単位パルス信号である．

$$\delta_n = \begin{cases} 1, & (n = 0) \\ 0, & (n \neq 0) \end{cases}$$

3 以下の問い 1), 2) に答えよ.

1) 次の二つの線形計画問題 (P) と (D) に関する小問 a)~d) に答えよ.

$$\left.\begin{array}{ll}\text{minimize} & \boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x} \\ \text{subject to} & A\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b},\ \boldsymbol{x} \geqq \boldsymbol{0}\end{array}\right\} \text{(P)} \qquad \left.\begin{array}{ll}\text{maximize} & \boldsymbol{b}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y} \\ \text{subject to} & A^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y} \leqq \boldsymbol{c}\end{array}\right\} \text{(D)}$$

ただし，A は rank $A = m$ となる $m \times n$ 行列，$\boldsymbol{b}$ は m 次元ベクトル，$\boldsymbol{c}$ は n 次元ベクトルであり，$\boldsymbol{x}$ は n 次元変数ベクトル，$\boldsymbol{y}$ は m 次元変数ベクトルである．T は転置を表す．また，線形計画問題の最適解の一つは基底解の中に存在することを利用してもよい.

a) 問題 (P) と問題 (D) との関係に関する次の三つの命題のうち，正しくないものをすべて選び，修正せよ．ただし，イ)，ロ)，ハ) が等価な命題とならないようにせよ.

イ) 問題 (P) に実行可能解が存在すれば，問題 (D) にも実行可能解が存在する.
ロ) 問題 (P) に実行可能解が存在しなければ，問題 (D) は非有界となる.
ハ) 問題 (P) が非有界となれば，問題 (D) に実行可能解は存在しない.

b) 問題 (P) のある基底解の基底行列を B，非基底行列を N，基底変数に対応する目的関数の係数ベクトルを $\boldsymbol{c}_B$，非基底変数に対応する目的関数の係数ベクトルを $\boldsymbol{c}_N$ とするとき，次の i)〜iv) に答えよ.

i) この基底解が実行可能解であるための必要十分条件を示せ.
ii) この基底解が実行可能解であるとき，この解の目的関数値を数式で示せ.
iii) この基底解が最適解であるための必要十分条件を示せ.
iv) この基底解が最適解であるとするとき，$\bar{\boldsymbol{y}}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{c}_B^{\mathrm{T}} B^{-1}$ で定められる $\bar{\boldsymbol{y}}$ が問題 (D) の実行可能解となることを示せ．ただし，B^{-1} は B の逆行列である.

c) 問題 (P) の実行可能解 $\boldsymbol{x}^0$ と問題 (D) の実行可能解 $\boldsymbol{y}^0$ が与えられたとき，それぞれの目的関数値 $\boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}^0$ と $\boldsymbol{b}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}^0$ との大小関係を示し，それが成立することを導け.

d) 問題 (P) が有界で最適値が $\bar{z}$ であるとき，上の b), c) の結果を利用して，問題 (D) の最適値についてわかることを説明せよ.

2) 図 1 のように，パラメータ u, v をもつネットワークを考える．図 1 で，有向枝 (i, j) の近くに示された数値あるいは数式は重みを示し，有向枝 (i, j) は矢印の方向，すなわち，節点 i から節点 j への方向にしか移動できないものとする．小問 a)〜d) に答えよ.

a) 図 1 のネットワークにおける初等的な閉路をすべて求めよ．ただし，初等的な閉路とは始点と終点以外は同じ節点を 2 度以上通らない閉路である.

b) $u = 1, v = 1$ とするとき，節点 S から各節点への重みの総和が最小となるすべての歩道と重みの総和を求めよ.

c) $u = 3, v = -1$ とするとき，節点 S から各節点への重みの総和が最小となるすべての歩道と重みの総和を求めよ.

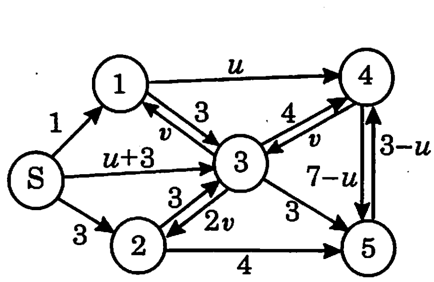

図 1. ネットワーク

d) 図 1 のネットワークにおいて，重みの総和が最小となる節点 S からの歩道が，いずれの節点に対しても存在するための必要十分条件を u, v の連立不等式として示せ.

4

以下の問い 1), 2) に答えよ．ただし各オペアンプの入力インピーダンスは∞，出力インピーダンスは 0，電圧増幅率は∞，出力電流は飽和しないと仮定する．また，ダイオードについても，順電圧がかかった時には抵抗 0 に，逆電圧がかかった時には抵抗∞になるものとする．

1) 図 1 の回路に関する以下の小問 a), b), c) に答えよ．
   a) 図 1 の回路の点線部分について，$V_1 \geqq 0$ と $V_1 \leqq 0$ の場合に着目して，出力電圧 V_2 と入力電圧 V_1 の関係を求めよ．また，出力電圧 V_2 と入力電圧 V_1 の関係を表すグラフを描け．ただし V_2 を縦軸，V_1 を横軸にすること．
   b) 図 1 の回路全体の出力電圧 V_3 と入力電圧 V_1 の関係を求めよ．
   c) 図 1 の回路において，$R_1 = R_2$，$R_4 = 2R_3$，$R_5 = R_3$ の関係が成り立っているものとする．この時，入力電圧 V_1 として振幅 1 の正弦波 $\sin(2\pi t)$ を与えた場合，出力電圧 V_3 がどのような波形になるかを求め，それを図示せよ．

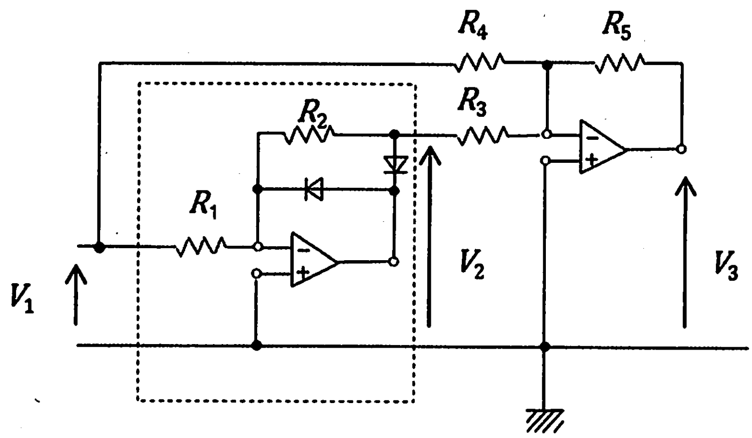

図 1

2) 入力電圧の対数を出力する対数変換器をオペアンプ 1 個，npn 型トランジスタ 1 個，抵抗 1 個を要素として構成せよ．また，この回路に対して出力電圧（V_oとする）と入力電圧（V_iとする）の関係を導出せよ．
   ただし，トランジスタのベース－エミッタ間の電圧 V_{BE} とエミッタ電流 I_Eの間には，順方向にバイアスされているときには

$$I_E = I_S e^{V_{BE}/V_T}$$

   の関係が成立するものとし(I_S，V_T は定数とする．図 2 参照)，またトランジスタのベース接地電流増幅率を α とする．

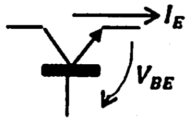

図 2

5

以下の問い 1)～3)に答えよ.

1) 販売価格 200 円の商品の自動販売機の論理回路 S（図１）を作ることを考える．使用可能な硬貨は 50 円玉と 100 円玉のみであるとし，投入金額が販売価格に達したときに商品を排出させたい．投入口は一つとし，一度にはいずれかの硬貨一枚しか投入できないとする．硬貨の投入順序によっては販売価格を超える金額が投入される場合があるが，おつりは出さず，余剰金は自動販売機にプールする．余剰金のプールがある場合には，その余剰金分を差し引いた額を投入すれば，商品が排出されるようにするとする．ただし 50 円の投入を認識すると 1 を出力するセンサ，100 円の投入を認識すると 1 を出力するセンサ，入力信号が 0 から 1 に変化したときに商品を排出するアクチュエータがそれぞれ利用可能であるとする．またいずれかのセンサによって硬貨が認識された際にパルスを出力する硬貨検出トリガーも利用可能であるとする．このとき AND，OR，NOT の論理回路記号およびフリップフロップを用いて仕様を満たす論理回路 S を設計し，その回路図を示せ．

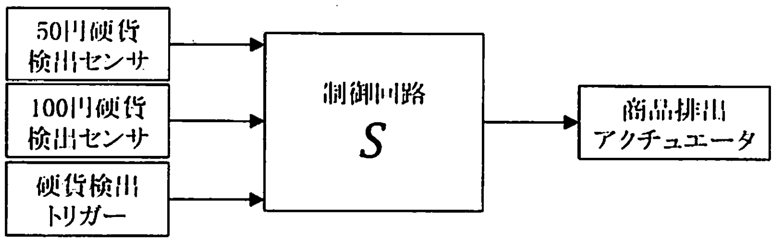

図１

2) 符号に関する以下の文に関して，小問 a),b)に答えよ．

> データの通信を行う際に，何らかの原因により元のビット列が正しく通信されない場合がある．そのような誤りの検出を目的として構成された符号を(i)という．その代表的なものとして(ii)検査符号と呼ばれる符号がある．これは，(ii)と呼ばれる(iii)を追加した符号である．追加した後のデータの(iv)が偶数となるように(ii)を追加した符号を偶数(ii)符号といい，通信後のデータの(iv)が奇数であれば，通信に誤りがあると判定できる．ただし，どのビットに誤りがあったのかまでは知ることはできない．一方，誤りの訂正を目的として構成された符号を(v)と言い，代表的なものとして，ハミング符号と呼ばれるものがある．

a) 文中の(i)～(v)の空欄にあてはまる適切な語句を示せ．

b) ハミング符号とはどのような符号であり，なぜ誤りを訂正することができるかを説明せよ．

―――次ページに続く―――

3) プロセッサに関する以下の文に関して，小問 a)～d)に答えよ

> ノイマン型計算機の最大の特徴は，実行される命令が(i)の内にデータとして格納される(ii)方式を採用している点である．
>
> 一つの命令を表すビット列は，操作の内容を示す(iii)と呼ばれる部分と，操作の対象を示す(iv)と呼ばれる部分からなる．(iv)を指定する方法として，即値指定，直接アドレス指定，間接アドレス指定，指標レジスタ修飾アドレス指定などがある．
>
> プロセッサは，(v)に示されたアドレスに格納されている命令を読み出し，(vi)に格納する．(vi)に格納された命令は，(vii)によって解読されることで，演算器やバスなどのハードウェアの制御が行われ，命令によって指定された演算および演算結果の格納が実行される．この処理の流れでは，命令は基本的に一つずつしか処理することができないが，パイプライン処理を行うことで，単位時間に実行できる命令数を向上できる可能性がある．

a) 文章中の(i)～(vii)の空欄にあてはまる適切な語句を示せ．

b) (ii)方式において，何が演算の高速化のボトルネック（フォン・ノイマン・ボトルネック）となるか述べよ．

c) 下線部にあげられた４つの方法はどのような指定方法であるかをそれぞれ説明せよ．

d) 二重下線部のパイプライン処理とは何かを説明せよ．

6

図 1 に示すような n 個の回転関節と $n+1$ 個のリンクで構成されているアームの重力補償を考える．各リンクに固定される座標系は D-H 法に基づき定義する．すなわち，リンク i に固定される第 i 座標系の原点は関節 $i+1$ の回転軸上に，また関節 $i+1$ の正の回転で右ネジの進む方向を Z 軸の向きとする．リンク i の質量を m_i，第 i 座標系で定義されるその重心位置を ${}^{i}\boldsymbol{p}_{gi}$ とする．ここで，上付き添え字はベクトルが定義される座標系を示している．また，以降ではベース座標系（第 0 座標系）でベクトルが定義される場合はこれを省略する．第 $i-1$ 座標系と第 i 座標系との間の同次座標変換行列 A_i は与えられているものとする．第 i 座標系の X 軸，Y 軸，Z 軸の各方向を表す単位ベクトルを $\boldsymbol{r}_{i,1}$，$\boldsymbol{r}_{i,2}$，$\boldsymbol{r}_{i,3}$，その原点位置を $\boldsymbol{p}_i$ とする．なお，ベース座標系で定義される重力加速度は $\boldsymbol{g}$ とする．以下の問い 1)～5)に答えよ．

1) 同次座標変換行列 A_i と $\boldsymbol{r}_{i,1}$，$\boldsymbol{r}_{i,2}$，$\boldsymbol{r}_{i,3}$，$\boldsymbol{p}_i$ との関係を示すとともに，$\boldsymbol{p}_{gj}$ を A_i，${}^{j}\boldsymbol{p}_{gj}$ を用いて表せ．
2) リンク j の質量が第 $i-1$ 座標系の原点周りに生ずるモーメント $\boldsymbol{M}_{ij}$ を求めよ．
3) 2)で求めたモーメントが関節 i に及ぼすトルク τ_{ij} を求めよ．
4) 以上の考察から，関節 i の重力補償トルク τ_i を求めよ．
5) 図 2 に示す 3 自由度アームの重力補償トルクについて，関節 1，2，3 の回転角がそれぞれ $\theta_1=0$，$\theta_2=\pi/4$，$\theta_3=\pi/2$ の状態での τ_2 を計算せよ．なお，各リンクの質量は m，重心位置は各リンクの中点の位置とする．また，各リンク座標系は図に示す通りで，これに従い同次座標変換行列は次のように定義される．

$$A_1=\begin{pmatrix}\cos\theta_1 & 0 & \sin\theta_1 & 0\\ \sin\theta_1 & 0 & -\cos\theta_1 & 0\\ 0 & 1 & 0 & l\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix},\quad A_i=\begin{pmatrix}\cos\theta_i & -\sin\theta_i & 0 & l\cos\theta_i\\ \sin\theta_i & \cos\theta_i & 0 & l\sin\theta_i\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\ (i=2,3)$$

なお，重力加速度の方向は X_0 軸の方向である．

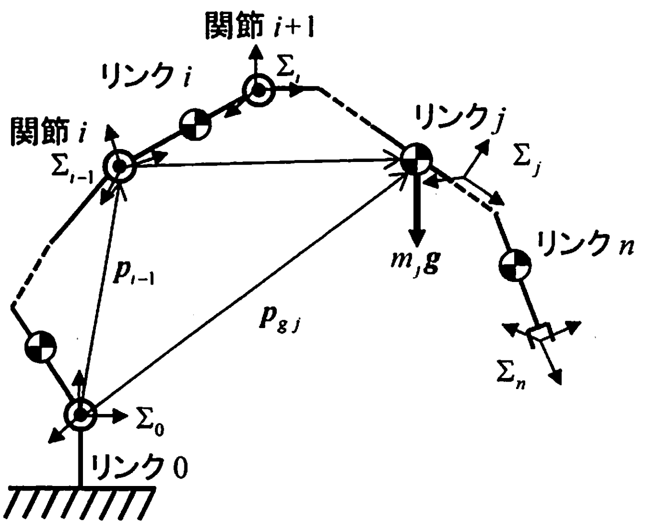

図１　n 自由度アーム

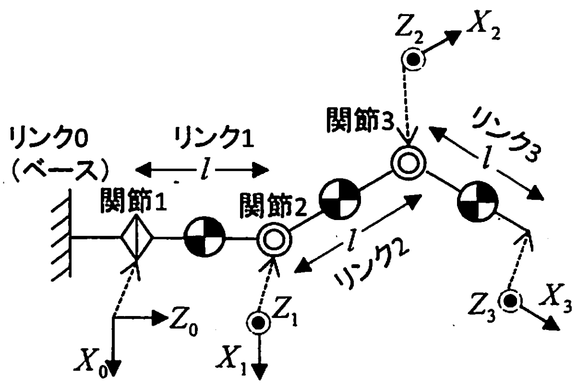

図２　３自由度アーム

7

次の問い1)～3)に答えよ.

1) 図1の点線で示される単位長さ1の正方格子の頂点にＡからＪの地点が配置されており，地点間の移動可能な経路が黒の太線で示されている．出発地点Ａから，目標地点Ｊに至る探索問題について以下の小問に答えよ． なお目標地点以外からの各地点から，目標地点までのコスト(移動距離)予測はマンハッタン距離によって与えられるものとする.

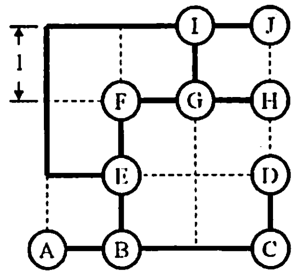

図1

a) 最良優先探索によって経路を探索せよ．その際，接点を展開する毎に，OPEN リストと，CLOSED リストの中身を明示せよ.

b) A*アルゴリズムでは評価関数として 2 種類のコストの和を用いる．それぞれのコストについて簡潔に説明せよ.

c) A*アルゴリズムによって経路を探索せよ．その際，接点を展開する毎に，OPEN リストと，CLOSED リストの中身を明示せよ．なお，OPEN リスト中のコストが等しい地点については，地点名のアルファベットが若い順に選択するものとする.

d) A アルゴリズムと A*アルゴリズムの違いについて簡潔に説明せよ.

2) 以下の k 平均法に関する説明文の①から⑥に入る適切な語句や数式を答えよ.

k 平均法は，複数のデータ$(x_1, x_2, \ldots, x_M)$をあらかじめ定められた数の[①]に分割する手法で，例えばL個の[①]$C_1, C_2, \ldots, C_L$に分割する場合を考えると，以下の手順で行われる.

Step1: L 個のデータを適当に選び，それを各[①]の中心 $m_l(l=1, \ldots, L)$とする.

Step2: すべてのデータについて，そのデータとの [②]が最も小さい m_lを求め，[①] C_lに属するものとする.

Step3: 各[①] C_lについて，それに属するデータの[③]を求め，これを m'_lとする.

Step4: すべての[①]について，[④]が成り立っていれば終了．そうでなければ，[⑤]を新たに[⑥]として Step2 へ.

3) S 層，A 層，R 層からなるパーセプトロンの構造を図示すると共に，パーセプトロンが特定の入出力パターンを学習する際の，S 層と A 層間と，A 層と R 層間それぞれのシナプス結合荷重の更新について説明せよ.