

電子システム学 I

次の3問全てを解答せよ。問題毎に別の答案用紙を用いること。答案用紙の追加は認めない。

1

図1に関して、以下の問い1)~6)に答えよ。

- 1) 原点を中心とする半径 a の円 O 上の点 Q の座標を $(a\cos\theta, a\sin\theta)$ とする。ただし、 θ は実変数、 a は正定数である。点 Q での接線を θ を用いて表せ。
- 2) 円 O に時計まわりに巻きつけられた糸を、点 $A(a,0)$ から糸が弛まないように引っ張りつつ反時計まわりにほぐしていく。このとき糸の端点 P の軌跡を曲線 C とする。点 P の座標 (x,y) を θ を用いて表せ。

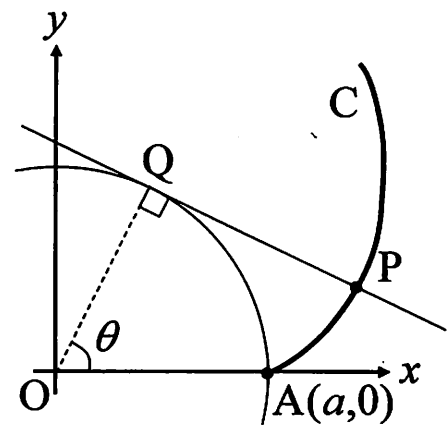


図1

- 3) 曲線 C に沿った弧 AP の長さを求めよ。
- 4) 点 P における曲率 κ を求めよ。ただし、 $\theta > 0$ とし、曲率 κ は次式で表される。

$$\kappa = \frac{x'y'' - x''y'}{(x'^2 + y'^2)^{3/2}}$$

ここで、 $x' = \frac{dx}{d\theta}$, $y' = \frac{dy}{d\theta}$, $x'' = \frac{d^2x}{d\theta^2}$, $y'' = \frac{d^2y}{d\theta^2}$ である。

- 5) 曲線 C が原点を中心として反時計まわりに ϕ 回転している曲線 C_ϕ を求めよ。
- 6) 円 O 上のある点 $(a\cos\alpha, a\sin\alpha)$ を通る接線を L とする。ただし、 α は $0 \leq \alpha < \pi/2$ の定数である。曲線 C_ϕ が最初に接線 L と交わる点を P_ϕ とする。ただし、 $0 \leq \phi < \alpha$ とする。 ϕ の角速度を $\dot{\phi} = \frac{d\phi}{dt}$ とするときの点 P_ϕ の速度ベクトルを求めよ。

2

以下の問い1), 2)に答えよ.

- 1) V を \mathbb{R}^n の線形部分空間とする. W_1, W_2 は $W_1 \cap W_2 = \{0\}$ を満たす V の線形部分空間とする. また, これらにおける任意の2つのベクトル x, y の内積を $x \cdot y = x^T y$ により定義する. さらに, 行列 F_1, F_2 が存在して, $x_i = F_i x$ ($i = 1, 2$)が

$$x = x_1 + x_2, \quad x_1 \in W_1, \quad x_2 \in W_2 \quad (1)$$

を任意の $x \in V$ で満たすとき, 以下の小問a)~d)に答えよ. ただし, T は転置を表す.

- a) 任意の $x \in V$ に対して, (1)式を満たす x_i ($i = 1, 2$)は一意であることを示せ.
 b) $F_1 + F_2 = I, F_i^2 = F_i$ ($i = 1, 2$) および $F_1 F_2 = F_2 F_1 = O$ を示せ. ただし, I は単位行列, O は成分がすべて0である零行列を表す.
 c) $W_2 = W_1^\perp$ (W_1^\perp は V における W_1 の直交補空間)となるとき, F_1, F_2 は対称行列であることを示せ.

- d) $A = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -2 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ とする. $a > 0$ を満たす実数 a が, $aF_1 - F_2 = A$ を満たすとき, a, F_1, F_2 を求めよ.

- 2) A を $n \times n$ 行列, B を $n \times n$ の正則行列とする. 次の小問a), b)に答えよ.

- a) λ は A の固有値であり, b が対応する固有ベクトルであるとする. このとき, λ は $B^{-1}AB$ の固有値であることを示し, 対応する固有ベクトルを一つ求めよ.

- b) $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ のとき, $B^{-1}AB$ のすべての固有値と固有ベクトルを求めよ.

3

次の問い 1) ~ 3) に答えよ。

- 1) プログラム 1 は、 n 個の `int` 型の要素を持つ配列 `A` を整列 (sort) するプログラムコードの一部である。以下の小問 a)~d) に答えよ。

プログラム 1

```
#define M 100
void func(int A[], int n)
{
    int i, j;
    int C[M+1];
    for (i = 0; i <= M; i++)
        C[i] = -1;
    for (i = 0; i < n; i++)
        C[A[i]] = A[i];
    j=0;
    for (i = 0; i <= M; i++)
        if (C[i] != )
            A[j++] = C[i];
}
```

- a) プログラム 1 の整列アルゴリズムの名称を答えよ。
 b) プログラム 1 中の に入るコードを答えよ。
 c) プログラム 1 がソートとして正しく実行されるための事前条件を 2 つ答えよ。
 d) c) の条件のもとで、整列するデータの個数 n が十分に大きく、またプログラム 1 中の M の値が n に比べて極端に大きくない場合、 n に関する時間計算量と領域計算量がそれぞれいくらになるかオーダ表記で答えよ。

- 2) プログラム 2 は、分布数え上げソートのプログラムコードの一部である。 n 個の `unsigned int` 型 (32 ビット) の要素を持つ配列 `A` を整列 (sort) し、配列 `B` に保管する。以下の小問 a), b) に答えよ。

プログラム 2

```
#define M 100
void func(unsigned int A[], unsigned int B[], int n)
{
    int i;
    unsigned int C[M+1];
    for (i = 0; i <= M; i++)
        C[i] = 0;
    for (i = 0; i < n; i++)
        C[A[i]]++;
    for (i = 0; i < M; i++)
         ;
    for (i = 0; i <= n-1; i++)
         ;
}
```

- a) プログラム 2 中の と に入るコードを答えよ。
- b) このプログラムは、正しくソートを実行できるが、安定ではない。安定にするためには、プログラム 2 中のある行を書き換える必要がある。その行を指摘し、安定になるように正しく書き換えよ。
- 3) プログラム 3 は、双方向リストにおいて指定されたデータ d を持つ要素を、ポインタで示された x の要素の次に挿入するプログラムコードの一部である。以下の小問 a), b) に答えよ。

プログラム 3

```
struct CELL {
    struct CELL *next;
    struct CELL *prev;
    int data;
};

struct CELL *insert( struct CELL *x, int d)
{
    struct CELL *p;
    if(  ){
        printf("Out of memory\n");
        return NULL;
    } else {
        p->data = d;
        
        return p;
    }
}
```

- a) プログラム 3 中の と に入るコードを答えよ。
- b) 双方向リストの連結リストに対する利点をヘッダがある場合とない場合に分けて述べよ。