

# 非線形 Receding Horizon 制御を用いた鋼板冷間圧延におけるモデル簡略化の効果

学籍番号：90128048 大塚研究室 北浦 真樹

## 1 概要

本研究の目的は、鋼板の板速度が加減速する際の冷間タンデムミルにおける板厚・張力の非線形実時間最適制御である。冷間圧延とは薄鋼板の製造工程の一つであり、常温で圧延を行う工程である。冷間圧延制御は通常、線形近似モデルにより制御を行っているが、ダイナミクスが大きく変化するには高精度な制御が困難となる。そのため非線形モデルによる制御が必要となるが、タンデムミルの詳細な非線形モデルでは、制御系設計の複雑化、かつ計算時間の増大などの問題が生じる。そこで本研究では詳細な非線形モデルに対し簡略化を行い、計算時間の軽減と精度の良い制御結果を示す。なお、制御手法として非線形 Receding Horizon 制御<sup>1)</sup>を適用させ、その高速解法である C/GMRES アルゴリズム<sup>1)</sup>により計算させる。

## 2 タンデムミルモデル

本研究ではダイナミクスより構築した非線形モデル<sup>2)</sup>に対し、特に摩擦係数項に関して簡略化を行う。実験より得た圧延荷重計算用の摩擦係数  $\mu$ 、先進率計算用の摩擦係数  $\mu^*$  の計算式は、

$$\mu = \frac{\tan^{-1} \sqrt{(h_{i-1}/h_i) - 1} - 2 \tan^{-1} \sqrt{f_i}}{\tan^{-1} \sqrt{(h_{i-1}/h_i) - 1} - 2 \tan^{-1} \sqrt{f_s - C}} \mu^* \quad (1)$$

$$(f_s = f_i (f_i \geq C), C (f_i < C)),$$

$$\mu^* = A_V \cdot e^{B_V V_{R_i}} + A_W \cdot e^{B_W W} + A_Q \cdot e^{B_Q Q_i} + A_r r + A_H h_{i-1} + A_h h_i + A_b \sigma_{f_{i-1}} + A_f \sigma_{f_i} + A_K K + A_0. \quad (2)$$

となる。ここで、 $h$  は板厚、 $f$  は先進率、 $A_V, B_V, C$  等はパラメータ<sup>2)</sup>、 $V_R$  はロール回転速度、 $\sigma$  は張力、 $r$  は圧下率である。 $h, f, \sigma, V_R$  の添字は  $i$  番目のスタンドを表す。摩擦係数  $\mu$  の計算において、その非線形性よりこの先進率の正負の条件判別による計算には膨大な計算時間がかかる。そこで、本研究では摩擦係数  $\mu$  の計算において正の先進率のみを考える。これより、バックテンションがあまり高くなく、圧延中に正と負の先進率の移動が無いと仮定すると、式 (1) は、 $\mu = \mu^*$  としてもよい (簡略化 1)。

摩擦係数  $\mu^*$  の計算において、主に影響を及ぼすのは  $V_R$  の速度項のみであり、他項は時として意味を成さない記号となる。よって、次のように簡略化することが出来る (簡略化 2)。

$$\mu = \mu^*, \quad (3)$$

$$\mu^* = A_V \cdot \exp(B_V \cdot V_R) + A_0. \quad (4)$$

## 3 状態方程式と評価関数

タンデムミルの概略を Fig. 1 に示す。状態変数  $x$ 、入力変数  $u$  は次のように定める。

$$x = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T := [S_i, \dot{S}_i, \sigma_{f_{i-1}}, V_{R_{i-1}}]^T, \quad (5)$$

$$u = [u_1, u_2]^T := [u_{S_i}, u_{V_{R_{i-1}}}]^T. \quad (6)$$

これより状態方程式は以下のようになる。

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} x_2 \\ F_2 \\ F_3 \\ -\frac{1}{T_m} x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{K_g}{T_g} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{S_i} \\ u_{V_{R_{i-1}}} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$F_2 = -\frac{K_g}{T_g} x_1 - \frac{1}{T_g} x_2 - \frac{K_g}{T_g} \frac{K}{M_0} P_i, \quad (8)$$

$$F_3 = \frac{E}{L} \left\{ \frac{h_i}{h_{i-1}} (1 + f_i) V_{R_i} - (1 + f_{i-1}) x_4 \right\}. \quad (9)$$

ここで、 $S$  はロール間距離、 $u_S, u_{V_R}$  はサーボ系への入力、 $P$  は圧延荷重、 $K_g, K, T_g, T_m, E, L, M_0$  は定数である<sup>2)</sup>。

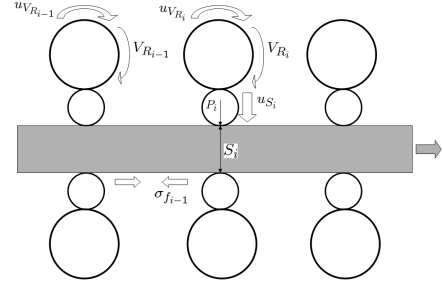


Fig. 1: Tandem Mill

評価関数は、状態と入力の目標値との偏差を評価するために次のように設定する。

$$J(x, u, t) := \bar{x}(t+T)^T S_f \bar{x}(t+T) + \int_t^{t+T} (\bar{x}^T(t') Q \bar{x}(t') + \bar{u}^T(t') R \bar{u}(t')) dt'. \quad (10)$$

ここで、 $\hat{x} := x - x^r, \hat{u} := u - u^r$  であり、それぞれ実際の状態と目標状態の偏差、入力と目標入力値の偏差を表す。 $S_f \in \mathbb{R}^{4 \times 4}, Q \in \mathbb{R}^{4 \times 4}, R \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  は重み行列であり、それぞれ正定な定数行列であるとする。

## 4 シミュレーション

非線形モデル、簡略化モデル、線形近似モデルの 1 回の制御入力更新にかかる時間をまとめたのが Table 1 である。計算時間に関して、本研究の簡略化により非線形モデルのおよそ半分、線形近似モデルと同程度まで短縮できた。また時間応答に関しては紙面の都合上省略するが、非線形モデルによる制御の数値に比べると偏差は増加しているが線形近似モデルによる制御の数値よりは板厚・張力ともに偏差は低減できた。

Table 1: Computation Time [ms]

| Model           | Case1 | Case2 |
|-----------------|-------|-------|
| Nonlinear Model | 11.37 | 10.66 |
| Reduced Model 1 | 5.40  | 5.41  |
| Reduced Model 2 | 4.65  | 4.60  |
| Liner Model     | 4.44  | 5.01  |

## 5 結論

本研究の簡略化モデルにより、計算時間を大きく軽減することができた。また、時間応答は非線形モデルを用いた制御に比べると偏差は増加しているが、線形近似モデルによる制御よりは偏差は低減できている。したがって、精度と計算量のトレードオフを考慮すると、本研究の簡略化モデルを用いた冷間圧延 RH 制御は十分有効である。

ただし本研究の簡略化ではサンプリング周期を  $\Delta t = 0.005$  [s] にすると、まだ計算が破綻してしまい実時間での制御は困難である。よって今後の課題としては、サンプリング周期の拡大に耐え得るさらなる簡略化を施すことである。

## 参考文献

- 1) T. Ohtsuka. A continuation/GMRES method for fast computation of nonlinear receding horizon control. *Automatica*, Vo. 40, No. 4, pp. 563-574, 2004.
- 2) 尾崎. 板速可変な冷間圧延機における板厚と張力の非線形 Receding Horizon 制御. 大阪大学大学院工学研究科機械工学専攻修士論文, 2009.