非線形四輪車両モデルを用いた Receding Horizon 微分ゲーム問題の実時間解法

学籍番号：90138006　大塚研究室　東　良明

1　はじめに

微分ゲームとは，相対するもの同士が己の利益の最大化という思惑を抱きながら練る戦略の中で，互いの妥協点を見出すものであり，幾何学的に述べれば，ある最適制御問題において評価関数の鞍点を見出すということである．

本研究では有限な評価区間が移動する評価関数を定義し，鞍点を見出す Receding Horizon(RH) 微分ゲーム問題を解くための手法に C/GMRES[1)] を適用して，シミュレーションを行い，実時間で計算結果が得られることを確認する．また，今回示す微分ゲーム問題の数値シミュレーション結果については，初期条件や重みを選ぶことで，設定した微分ゲーム問題の解として妥当な結果が得らるものとしている．

2　微分ゲームの定式化

微分ゲームでは，ゲーム要素が，いくつかの状態変数によって表現され，プレーヤー同士が利益を最大にしようとする戦略の中で互いに妥協点を見出すといったものとなる．

状態変数を $x(t) \in \mathbb{R}^n$ とし，二人のプレーヤー U($minimizer$)，V($maximizer$) が存在し，互いに $u(t) \in \mathbb{R}^m$，$v(t) \in \mathbb{R}^{m'}$ の戦略を持ち，状態方程式と初期条件，拘束条件は

$$\dot{x} = f[x(t), u(t), v(t), t], \qquad (1)$$

$$x(t_0) = x_0 \ , \ C[x(t), u(t), v(t), t] = 0 \qquad (2)$$

とすると，評価関数は次のようになる．

$$J(u, v) = \phi[x(t+T), t+T] + \int_t^{t+T} L(x, u, v, t)dt' \qquad (3)$$

ここで ϕ や L は問題に応じて設定される関数，T は評価区間である．プレーヤーの目的は，一方は評価関数 (3) を小さく，もう一方は大きくすること，つまり，条件 $J(u^0, v) \leqq J(u^0, v^0) \leqq J(u, v^0)$ を満たす u^0，v^0(ミニマックス解) を求めることとなる．これは (3) 式の停留値を求めることに他ならない．共状態 $\lambda(t)$，拘束条件に関するラグランジュ乗数 $\mu(t)$ を導入し，ハミルトニアン $H(x, u, v, \lambda, t) = L + \lambda^{\mathrm{T}} f + \mu^{\mathrm{T}} C$ を導入して (3) 式を拡張し，変分法を適用することで必要条件が求められる．それらはオイラーラグランジュ方程式と呼ばれ，初期状態量が与えられ，共状態量が終端時刻で指定されているので，結果として微分ゲームは 2 点境界値問題を解くことに帰着する．

3　Receding Horizon 微分ゲーム

非線形状態方程式 (1) に対して，有限な評価区間が移動する評価関数 (3) を最適化する (鞍点を見出す) 最適制御問題を解く手法を用いる．この手法の特徴は，常に一定時間未来までを評価しながら移動する評価関数とその実時間性にある．

最適制御問題の評価区間を分割して離散近似された必要条件は非線形連立方程式 $F(U, x, t) = 0$ に帰着され，この方程式に連続変形法を適用することで以下のように書き直すことができる．ここで $U(t)$ は制御入力とラグランジュ乗数の系列をまとめたベクトルであり，$U(t)$ の一部から $u(t)$ を求めることができる．

$$\dot{F}(U, x, t) = -\xi F(U, x, t) \quad (\xi > 0) \qquad (4)$$

(4) 式は，$\dot{U}$ に関する連立一次方程式の形に変形でき，$\dot{U}$ について解くことで，それを実時間積分し，U を求めることができる．(4) 式を解く際に，GMRES を適用することで反復計算なしに最適入力を更新し効率よく解くことができる．

4　四輪車両モデルの微分ゲーム問題

本研究では簡単な四輪車両モデルに対して軌道に沿って追い抜き走行する問題を取り扱い，実時間で微分ゲーム問題を解くことで，提案する手法の有効性を示す．

用いたモデルは車両の位置，姿勢，速度や操舵角の幾何学的関係により決定されたものである．モデルの座標を後輪車軸の中心にとると，幾何学的関係は以下のように与えられる．

$$[\ \dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{\theta}\ ]^{\mathrm{T}} = [\ V\cos\theta \quad V\sin\theta \quad V\tan\psi/L\ ]^{\mathrm{T}}$$

状態変数は後輪間の中心位置を表す x[m]，y[m]，姿勢角を現す θ[rad]，制御入力は速度 V[m/s]，操舵角 ψ[rad] である．また，L は前後輪間の距離である．車両が 2 台あるため，状態変数は計 6 次元，制御入力は計 4 次元である．また，上述した状態変数の添え字を $minimizer$ は 1，$maximizer$ は 2 とする．

以下に本研究で用いた評価関数を記す．

$$\begin{aligned} J &= s_1(x_1^2+y_1^2-{r_0}^2) - s_2(x_2^2+y_2^2-{r_0}^2) + p_1(\Theta_2-\Theta_1) \\ &\quad - p_2/2\times\tanh\left[p_3[\Theta_1-\Theta_2]\right]/[p_4\{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2\}] \\ &\quad + \int_t^{t+T} \{(u^{\mathrm{T}} R_1 u - v^{\mathrm{T}} R_2 v)/2\} dt' \end{aligned}$$

車両と原点を結ぶ線分が x 軸となす角度を $\Theta_i = \tan^{-1}(x_i, y_i)$ $(i = 1, 2)$ とする．第一，二項では半径 r_0 の円軌道に近づくこと，第三項では円周上を逆時計回りに走行，つまり Θ を大きくすること，第四項では追い抜き車両が追い抜きを実行したときに互いの立場が逆転することが目標となるようにしている．積分項では制御入力に重みをかけることにより車両の性能を決定している．

5　シミュレーション

上記の RH 微分ゲーム問題に対して適当な重みを用いて行ったシミュレーション結果を記す．

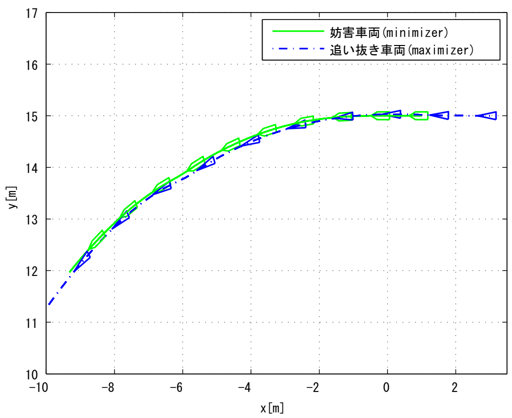

図 1: 円軌道追従を伴う追い抜き走行のシミュレーション

上記のシミュレーション結果から円軌道に沿って追い抜き走行を行うことは成功しているが，妨害車両による妨害走行や追い抜き車両の妨害回避走行などはあまり見られなかった．これは車両の大きさを考慮していない点や円軌道上に留まることが優先されたためと考えられる．また，シミュレーション時間に対しておよそ 10 分の 1 程度の時間で計算が終了したことから，実時間解法として十分な結果を得られた．

6　まとめ

本研究では非線形四輪車両モデルの RH 微分ゲーム問題を C/GMRES を用いて実時間で解き，そのシミュレーション結果を示した．今後の課題として，重みの調整や評価関数の改良，追従するコースの設定を行うことなどを考えてる．

参考文献

1) T.Ohtsuka: A Continuation GMRES Method for Fast Computational of Nonlinear Receding Horizon Control, *Automatica*, Vol. 40, No. 4, pp. 563-574 (2004)