

2つの周期信号入力に対するリーク電流を含むアナログスパイク発振回路の解析

学籍番号：90136121 潮 研究室 西上 徹

1 緒論

人間の脳ではニューロン（神経細胞）が外部から刺激を受けると活動電位（スパイク）が生じる。このスパイクによって脳では情報処理、情報伝達が行われている。この点に着目した数理モデルでは入力信号をスパイクの時系列集合であるスパイク列に変換し、様々な信号処理を行うニューロンの電子回路モデルが研究されている。スパイク列の情報としてはスパイク発火時間、スパイク間隔が重要である。この点に着目した回路モデル [1],[2],[3] があるが、紙面の都合上説明は省略する。しかし電子回路では内部抵抗の影響でリーク電流が生じるので、実装する際に大きな影響を受ける。リーク電流の影響を解析し補正することにより、従来の数理モデルをより実用的に用いることが出来るので、本研究では周期的な入力信号に対するニューロンの電子回路モデルにリーク電流が及ぼす影響を解析する。

2 リーク電流と発火時間写像

2.1 スパイク発振回路

入力信号 $x(t) = I_0 + S(t) \geq 0$ の積分関数 $v(t)$ が閾値電圧 V_T に到達したら、スパイク発火。その後、積分関数 $v(t)$ をベース電圧 $B(t)$ にリセットする。これを繰り返す。スパイク発振回路は電流源やコンデンサを用いると以下ようになる。電圧が閾値に達すると回路のスイッチが閉じ、monostable multivibrator(MM)と図で表記した装置) によってスパイクが生じる [3]。これを繰り返すことによりスパイク列が発振する。また内部抵抗 (点線で表示) の影響でリーク電流 λv が発生する。

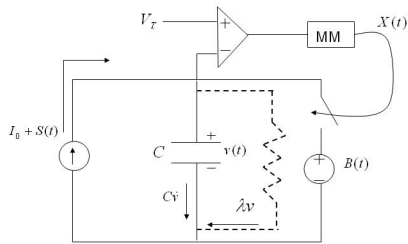


図1 スパイク発振回路

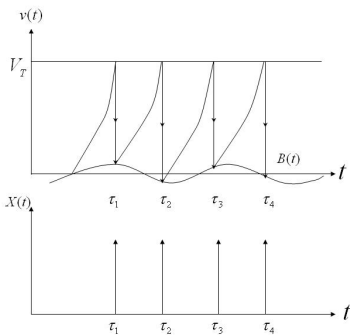


図2 上は電圧とベース電圧。下はスパイク列

リーク電流を考慮したスパイク発振回路を以下のように定式化する。

$$C \frac{dv}{dt} = I_0 + S(t) - \lambda v(t) \quad \text{for } v(t) < V_T \quad (1)$$

$$S(t) = K_S \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \theta\right) \quad \text{for } 0 < I_0 < K_S \quad (2)$$

$$v(\tau_n) = V_T \quad v(\tau_n^+) = B(\tau_n^+) \quad \tau_n \text{ はスパイク発火時間} \quad (3)$$

$$B(t) = K_B \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \theta_B\right) \quad \text{for } K_B < V_T \quad (4)$$

$$X(t) = \sum_n \delta(t - \tau_n) \quad (5)$$

2.2 発火時間写像

あるスパイク発火時間 τ_n が決まれば (1) ~ (5) 式から次のスパイク発火時間 τ_{n+1} は一意に定まる。ゆえに τ_n を τ_{n+1} へ移す発火時間写像 f が定義できる。

$$\tau_{n+1} = f(\tau_n) \\ f: \mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}^+ \quad \mathbf{R}^+ = \{t \mid t \geq 0, t \in \mathbf{R}\}$$

この写像 f の定式化、連続性を解析する。詳細は紙面の都合上省略するが、リーク電流が無い時 ($\lambda = 0$) は連続であり、リーク電流がある時 ($\lambda > 0$) は不連続点を生じる。

3 リーク電流と共振現象

3.1 間隔分布幅

(4) 式のベース電圧 $B(t)$ のパラメータ K_B, θ_B を変化させると、どのような現象が起きるかを調べる。スパイク間隔 Δ_n より定義する間隔分布幅 σ を指標として用いる。

$$\sigma = \max(\Delta_n) - \min(\Delta_n)$$

本論文では σ の上限 σ_{\max} を理論的に導いた。

3.2 共振現象の性質

間隔分布幅の上限 σ_{\max} が最小値になる共振現象に着目する。この時 $(K_B, \theta_B) = (K_{\text{res}}, \theta_{\text{res}})$ とおく。一例として以下の図3と図4を示す。図3は $K_B = K_{\text{res}}$ 、図4は $\theta_B = \theta_{\text{res}}$ の時の σ_{\max} プロットである。パラメータは $I_0 = 5, K_S = 5, T = 1, \theta = 0, C = 1, V_T = 1$ である。 λ は上から $\lambda = 1, 0.5, 0$ となっている。

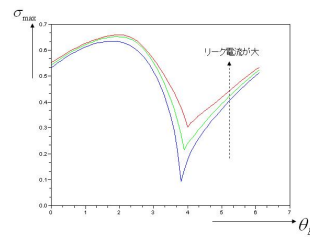


図3 $K_B = K_{\text{res}}$ の時

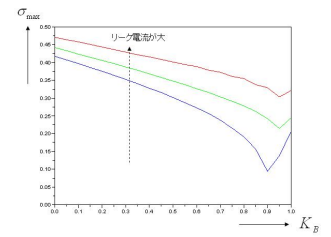


図4 $\theta_B = \theta_{\text{res}}$ の時

リーク電流の影響が大きくなると σ_{\max} も全体的に大きくなっていることがわかる。また [3] によるとリーク電流がない場合は特定のパラメータで $\min(\sigma_{\max}) = 0$ となることがわかっているが、リーク電流を考慮することにより $\min(\sigma_{\max}) > 0$ となることが分かった。

4 結論

リーク電流が発火時間写像 f や共振現象に影響を及ぼしていることがわかった。特に写像 f に関しては、リーク電流の有無が不連続点の有無に直結するので、スパイク列の性質に大きく影響を与えているといえる。今後の課題としては写像 f のより詳細な解析、写像 f の性質と共振現象との関係の考察、電子回路での実装に取り組みたい。

参考文献

- [1] A. A.Lazar and L. T. Toth, "Perfect recovery and sensitivity analysis of time encoded bandlimited signals," *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, no. 10, pp. 2060–2072, 2004.
- [2] D. Wei and J. G.Harris, "Signal reconstruction from spiking neuron models," *ISCAS2004*, pp. V–353–V–356, 2004.
- [3] H. Torikai and T. Saito, "Resonance phenomenon of interspike intervals from a spiking oscillator with two periodic inputs," *IEEE Transactions on CIRCUITS AND SYSTEMS*, no. 10, pp. 1198–1204, 2001.