2リンク劣駆動システムの力学的モデリングとその解析

学籍番号：90175105　旧藤井研究室　田村　良

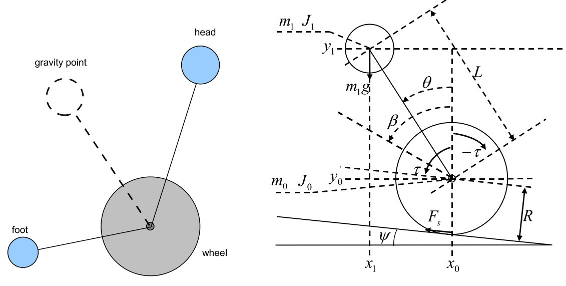
1 はじめに

本研究では，高齢者や障害者の自立した行動の１つの支援として，車椅子に搭載されたモーターでもって駆動力を発生させ，トルク信号を調整することにより，車椅子の前輪を持ち上げて浮上走行状態へと移すことの実現へ向けてその手法を提案する．

車椅子モデルを，力学的自由度より制御入力の数の方が少ない劣駆動システムとして扱い，その力学的モデルの導出と浮上状態へと移す制御入力の設計を最適制御の観点から試みる．また浮上した後は安定化制御へと切り替える．

2 力学的モデルの導出

車椅子に人が乗っている状態での主な質点と重心位置のイメージを図 1(a) に示す．主な質点は頭と足にあり，車軸を中心に結ばれていると近似的に表すことができ，全体の重心位置は点線部分にあると考えられる．全体の重心位置に着目し，図 1(b) に示すような同軸２輪倒立振子と単純化して対応付けることにする．



(a) 主な質点と重心　(b) 同軸２輪倒立振子

図 1: システムのモデル

図 1(b) において，

L：車軸と振子の距離　β：車輪の回転角度
m_0：車輪の質量　θ：振子の回転角度
m_1：振子の質量　ψ：路面傾斜角
J_0：車輪の慣性モーメント　τ：走行駆動トルク
J_1：振子の慣性モーメント　F_s：走行駆動力
R：車輪の半径

を表す．また，$M = m_0 + m_1$ とおく．

このとき，倒立振子の運動エネルギー J とポテンシャルエネルギー U は，次のようになる．

$$J=\frac{1}{2}\left\{\left(J_0+MR^2\right)\dot{\beta}^2+\left(J_1+m_1L^2\right)\dot{\theta}^2\right\}+m_1RL\dot{\beta}\dot{\theta}\cos(\theta+\psi) \quad (1)$$

$$U=g(m_0y_0+m_1y_1)=g(m_1L\cos\theta+MR\beta\sin\psi) \quad (2)$$

(1),(2) 式から，ラグランジュの運動方程式を適用すると，状態変数ベクトルを $\boldsymbol{x} = [\beta,\ \theta,\ \dot{\beta},\ \dot{\theta}]^T$，制御入力を τ とする非線形状態方程式が得られる．

3 同軸２輪倒立振子の振り上げ制御

3.1 振り上げに必要な初期トルクの導出

車輪と振子の回転角速度が $\dot{\beta} = 0, \dot{\theta} = 0$ の状態から，振子が負の加速度を持ちはじめる瞬間の τ の値でもって振り上がると考えられる．そこで，ラグランジュの運動方程式から $\ddot{\theta} < 0$ となる τ の値を求めると次のようになる．

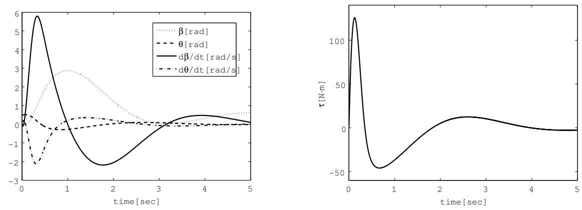
$$\tau = \frac{(J_0 + MR^2)m_1gL\sin\theta_0}{J_0 + MR^2 + m_1RL\cos\theta_0} \quad (3)$$

例えば，初期値 $\theta_0 = 0.5$ のとき，$\tau = 60.8545$ となる．

3.2 最適制御問題の観点からの考察

非線形システムではあるが，平衡点付近においては線形化制御が適用できる．そこで，１つの安定化制御器を用いて倒立振子の振り上げシミュレーションを行なったときの状態変数と制御入力の応答を図 2(a),(b) に示す．

ここで，θ の初期値を $\theta_0 = 0.5$ としており，約 30° の状態からでも，倒立状態まで振り上がることが分かる．ところが，開始直後に τ が 100 以上の値をとっており，実機を考えた場合の出力可能な τ の範囲 $\tau < 100$ を超えているため，振り上げにおける制御則を線形化制御則とは別にトルク値を考慮した最適制御の観点から考察する必要がある．



(a) 状態変数 $\boldsymbol{x}$　(b) 制御入力 τ

図 2: 状態変数と制御入力の応答

本研究で扱うシステムでは，

状態方程式：$\dot{\boldsymbol{x}} = f\left(\boldsymbol{x}(t), \tau(t), t\right)$

初期条件：$\boldsymbol{x}(t_0) = [0,\ \theta_0,\ 0,\ 0]^T$ (初期値$\theta_0 = 0.5$ とする)

終端条件：$\boldsymbol{x}(t_f) = [0,\ 0,\ 0,\ 0]^T$

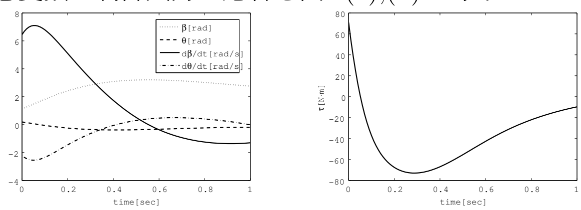
評価関数：$J = \int_{t_0}^{t_f} \left\{\tau^2(t) + \boldsymbol{x}^T(t)Q\boldsymbol{x}(t)\right\} dt$

として定式化し，評価関数 J を最小にするような制御入力 $\tau(t)$ を求めていく．ここで，シミュレーション開始直後から最適制御によって制御入力を設計しても，出力不可能な大きなトルク値であったため，次のような制御則を考える．

(i) まず，一定値トルク $\tau = 75$ を 0.4 秒間かける．

(ii) その後，最適制御を適用する．

これにより，(i) の段階で振子が初期状態からある程度振り上がっていると考えられるから，その分必要なトルク値も低減できると考えられる．シミュレーション結果として，状態変数と制御入力の応答を図 3(a),(b) に示す．

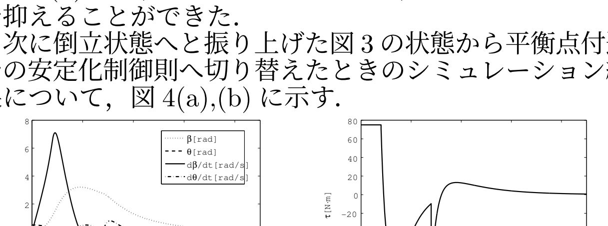


(a) 状態変数 $\boldsymbol{x}$　(b) 制御入力 τ

図 3: 状態変数と制御入力の応答

図 3(b) より，入力トルクに関して，出力可能な範囲内で抑えることができた．

次に倒立状態へと振り上げた図 3 の状態から平衡点付近での安定化制御則へ切り替えたときのシミュレーション結果について，図 4(a),(b) に示す．



(a) 状態変数 $\boldsymbol{x}$　(b) 制御入力 τ

図 4: 状態変数と制御入力の応答

これより，一連のシミュレーションを通して，入力トルクに関して，出力可能な範囲内で抑えることができた．

4 おわりに

車椅子モデルを同軸２輪倒立振子として対応付け，振り上げ制御と平衡点付近での安定化制御を別々に考え，振り上げから平衡点にもっていくまでの過程における制御系設計方法に関して述べた．また，一定値トルクを一定時間かけてから，最適制御を適用し，その後，平衡点付近での安定化制御則に切り替えることで，振り上げ制御における入力トルクの値が出力可能な範囲内で抑えることができた．