

## 2 リンク劣駆動システムのロバスト安定化制御

学籍番号：90195092 旧藤井研究室 高尾 浩志

### 1 はじめに

近年、バリアフリーのまちづくりが急がれているが、現実では、まだまだ問題点が山積みしている。例えば街中には数多くの段差が存在し、車椅子では移動が困難である。そこで現在市販されている電動車椅子を用いて、その電動車椅子のモーターの力を用いて前輪を振り上げ、段差を乗り越えたいという要求がある。

本研究では、平衡点近傍における安定化制御について考える。制御器を設計する際には、モーターには出力できるトルクの限界があり、その範囲内に収めるようにする必要がある。また体重や重心位置などは車椅子に乗る人によって変化するので、それらがある範囲内で変動しても安定に保てるようにロバスト性を保障する必要がある。

### 2 モデルと状態方程式

車椅子のモデルとして簡単のため、乗員と車椅子(車輪を除く)を合わせて1つの剛体とみなし、その剛体の重心位置にすべての重量がかかっていると考える。そしてその重心位置から車輪の軸を結ぶ線分を振り子とみなし、車輪部分に取り付けられたモーター1つで振り子の角度 $\theta$ と角速度 $\dot{\theta}$ 、車輪の回転角 $\beta$ と角速度 $\dot{\beta}$ の4つの状態を制御する劣駆動の同軸2輪倒立振り子モデルとして検討する。

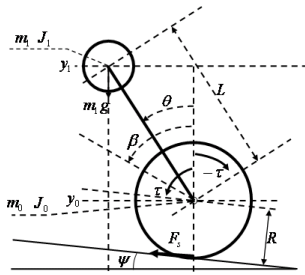


図 1: モデル

$L$ :車軸と重心の距離  $R$ :車輪の半径  
 $m_0$ :車輪の質量  $m_1$ :振り子の質量  
 $J_1$ :振り子の慣性モーメント  $J_0$ :車輪の慣性モーメント  
 $\psi$ :路面傾斜角  $\tau$ :トルク  
 $F_s$ :走行駆動力

平衡点近傍で線形化した状態方程式は

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\beta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{m_1^2 RL^2 g \cos \psi}{\Delta_c} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{(J_0 + MR^2)m_1 Lg}{\Delta_c} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ \theta \\ \dot{\beta} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{J_1 + m_1 L^2 + m_1 RL \cos \psi}{\Delta_c} \\ \frac{-m_1 RL \cos \psi - J_0 - MR^2}{\Delta_c} \end{bmatrix} \tau \quad (1)$$

ただし  $\Delta_c = (J_0 + MR^2)(J_1 + m_1 L^2) - m_1^2 R^2 L^2 \cos^2 \psi$

### 3 ロバスト制御の準備

車椅子モデルにおいて人の体重  $m_1$  や重心までの距離  $L$  は、乗る人によって変化する。変動があっても制御できるようにするために、ロバスト性を考慮した制御器を考える。

ロバスト制御を行うに際し、線形分数変換 (LFT, linear fractional transformation) という、新たな入出力関係が必要になる。変動を対角行列  $\Delta$  として表現し、状態方程式を図2のように変形する。

車椅子モデルにおける変動の要素は  $m_1$  と  $L$  であるが、式(1)より  $m_1$  と  $L$  の関係はアフィンではないので、 $m_1$  と  $L$  をそれぞれ変動要素としてLFT表現を得ることは容易にはできない。しかし  $L$  は単独で出てくることはなく必ず  $m_1$  と  $L$  の乗法形で出てくるので  $m_1$  のロバスト性を

大きくしておけば  $L$  が変動してもシステムを安定に保つことができると考え、 $m_1$  のみを変動パラメータとする。

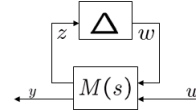


図 2: LFT

### 4 $H_2/H_\infty$ 状態フィードバック制御

LFT 表現における  $w$  から  $z$  への閉ループ伝達関数の  $H_\infty$  ノルムを最小にすればロバスト性能を最も保証することができる。しかし、ロバスト性能のみを考慮した  $H_\infty$  制御器を設計すると入力への制限を越え、応答も急激に変化してしまう。そこで新たな制御器としてロバスト性を保障しつつ、状態変数と入力も評価できるものを考える。信号の  $H_2$  ノルムは過渡応答のよさを表す尺度に適しているため、状態変数と入力を  $H_2$  ノルムを用いて評価するようにする。新しい評価関数  $J$  を考える。  $J$  を、

$$J = \int_0^\infty (\tilde{x}^T Q \tilde{x} + u^T R u) dt \quad (2)$$

とする。そして  $z_2$  を

$$z_2^T z_2 = \tilde{x}^T Q \tilde{x} + u^T R u \quad (3)$$

とする。ただし  $Q^{1/2} = \text{diag}[W_\beta, W_\theta, W_{\dot{\beta}}, W_{\dot{\theta}}]$ ,  $R^{1/2} = W_u$ , ( $W_\beta, W_\theta, W_{\dot{\beta}}, W_{\dot{\theta}}$  は状態の重み,  $W_u$  は入力の重み)

$\tilde{x} = [\beta \ \theta \ \dot{\beta} \ \dot{\theta}]^T$  とし、状態方程式を次のようにする。

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}} &= A \tilde{x} + B_1 w + B_2 u \\ z_\infty &= C_1 \tilde{x} + D_{11} w + D_{12} u \\ z_2 &= C_2 \tilde{x} + D_{22} u \end{aligned} \quad (4)$$

制御器としては  $w$  から  $z_\infty$  までの閉ループ伝達関数  $T_\infty$  の  $H_\infty$  ノルムを  $\|T_\infty\|_\infty$ , また  $w$  から  $z_2$  までの閉ループ伝達関数  $T_2$  の  $H_2$  ノルムを  $\|T_2\|_2$  とし  $\|T_\infty\|_\infty^2 + \|T_2\|_2^2$  を最小化するようなコントローラを求める。

### 5 シミュレーション

上の節で設計したコントローラを用いてパラメータを変動させて、シミュレーションを行う。図3より体重がノミナルより 50[kg] 重くなり、また重心までの距離が 0.3[m] 長くなったときでも安定化できていて、十分ロバスト性を持ったコントローラが設計できたといえる。

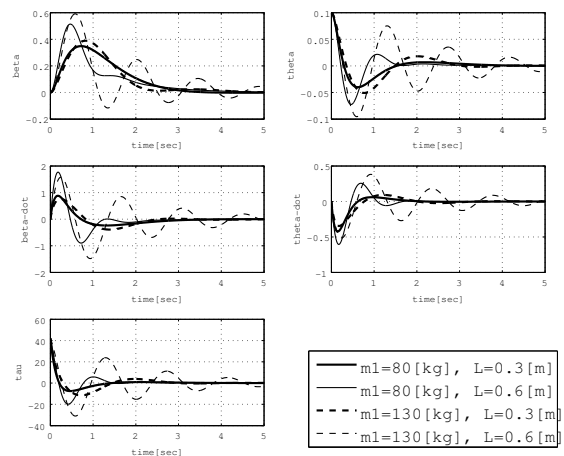


図 3:  $H_2/H_\infty$  状態フィードバックを用いた時

### 6 おわりに

本研究では、車椅子のモデリング、ロバスト性を考慮したコントローラの設計法について述べ、実際に車椅子モデルに対してロバスト性および過渡応答を考慮したコントローラを設計した。設計したコントローラの有効性をシミュレーションによって確認した。